



# Untersuchung von Schwerewellen über Andenes im Januar 2016

Bachelor-Arbeit angefertigt am Institut für Physik der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Rostock und am Leibniz-Institut für Atmosphärenphysik in Kühlungsborn

von Christoph Jürß, geb. am 5. August 1995 in Rostock

1. Prüfer :Prof. Dr. Franz-Josef LübkenBetreuer und 2. Prüfer:Dr. Michael Gerding

Rostock, den 11. August 2017

ii

### Kurzzusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, Schwerewellen in den durch Radiosonden gewonnen Daten zu detektieren und zu analysieren. Die Sonden wurden im Januar 2016 in Andenes/Norwegen gestartet und erlauben Messungen von Wind und Temperatur in einem Höhenbereich von ca. 0 - 30 km. Die Analysemethoden zur Verarbeitung der Daten werden beschrieben und auf die einzelnen Flüge angewendet. Dabei liegt der Fokus dieser Arbeit auf den Messzeitraum um den 28. und 29. Januar 2016, bei dem sich eine erhöhte Aktivität von Schwerewellen über Andenes zeigt. Eine am 29. Januar untersuchte Schwerewelle wird höchstwahrscheinlich durch geostrophische Anpassung über Großbritannien erzeugt, was sich aus Vergleichen mit Daten aus Vorhersagemodellen ergibt. Schwerewellen am 28. Januar wurden ebenfalls erfasst. Aussagen zu einer möglichen Entstehungsursache können hier allerdings nicht eindeutig getroffen werden.

iv

### Abstract

The aim of this thesis is the detection and analysis of gravity waves observed by radiosondes. The radiosondes were launched in Andenes/Norway in January 2016. They allow measurements of wind speed and temperature in a height range of about 0 - 30 km. The methods of the data analysis is described and applied to the data on all single flights. Main focus of this work is on the time period from 28 to 29 January where a high gravity wave activity appears above Andenes. One gravity wave of 29 January is most likely generated by geostrophic adjustment above Great Britain. This is the result of a comparison to data from forecast models. Gravity waves are also detected at the 28 January. Possible sources are discussed but a final answer could not be given.

vi

# Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	1
2.	Theoretische Betrachtungen	3
	2.1. Aufbau und Struktur der Atmosphäre	3
	2.1.1. Vertikale Struktur	3
	2.1.2. Physikalische Grundlagen der Atmosphärenphysik	6
	2.1.3. Jetstream	8
	2.2. Schwerewellen	9
	2.2.1. Grundlagen	9
	2.2.2. Quellen von Schwerewellen	11
	2.2.3. Messmethoden und Datensätze	12
	2.3. Analyse-Methoden	14
	2.3.1. Butterworth-Filter	14
	2.3.2. Waveletanalyse	16
	2.3.3. Hodographenanalyse	18
3.	Daten der Radiosonden und Verarbeitungen	19
	3.1. Datensatz	19
	3.2. Anwendung der Analyseverfahren	20
4.	Die dominanteste Schwerewelle der Kampagne	23
	4.1. Daten der Radiosonden	23
	4.2. Analyse der Daten	24
	4.3. Wettersituation	32
	4.4. Interpretation und Schlussfolgerungen	35
5.	Schwerewellen am 28. Januar	37
	5.1. Datensatz	37
	5.2. Ergebnisse der Analyse	38

	5.3. Auswertung und Schlussfolgerungen	41
6.	Zusammenfassung der Ergebnisse	43
A.	Wavelettransformationen und Hodographen	45
	A.1. Ergänzungen zum 29. Januar 2016	45
	A.2. Ergänzungen zum 28. Januar 2016	47
Lit	teraturverzeichnis	51

## Kapitel 1.

## Einleitung

Die Atmosphäre der Erde wird von dynamischen Prozessen geprägt. Eine Vielzahl dieser Prozesse besitzen periodisches Verhalten. Sie lassen sich somit als Wellen innerhalb der Atmosphäre auffassen und durchdringen diese zeitlich und räumlich. Neben großskaligen Wellen, den planetarischen oder auch Rossby-Wellen, sind in der Atmosphäre auch deutlich kleinskaligere Wellen zu finden. Man bezeichnet sie als Schwerewellen, da sie durch vertikale Schwingungen der Luft hervorgerufen werden. Neben der Schwerkraft ist auch die Auftriebskraft bei diesem Prozess beteiligt. Schwerewellen verursachen lokale Änderungen in Größen wie der Temperatur, Dichte und auch der Windgeschwindigkeit. Sie breiten sich in der Regel von unteren Bereichen der Atmosphäre bis in höhere aus, bis sie dort schließlich brechen. Ihre Amplitude steigt dabei mit der Höhe an. Bei der Ausbreitung transportieren sie Impuls und Energie in höher gelegene Schichten. Sie sorgen somit für eine Kopplung zwischen verschiedenen Bereichen der Atmosphäre. Nappo (2012) schreibt dazu: "[...] gravity waves transport energy and momentum from the troposphere and deposit it in the mesosphere and thermosphere. These transports have a large impact on the spatial and temporal characteristics of the middle and upper atmosphere. In almost all cases, the horizontal resolutions of general circulation models and global climate models are too course [sic] to resolve the scales of the important part of the gravity wave spectrum. Thus, their necessary contributions to global simulations are missed."

Es ist also für eine genaue Beschreibung von verschiedensten Vorgängen in der Atmosphäre notwendig, Schwerewellen mit zu berücksichtigen und diese in globale Klimamodelle einzuarbeiten. Dafür ist ein genaues Verständnis von diesen Wellen, auch von ihrer Entstehung, notwendig. Sie können auf verschiedene Art und Weise erzeugt werden. Eine wichtige Form von Schwerewellen sind Leewellen. Diese Wellen entstehen, wenn Luft mit hoher Geschwindigkeit über ein Gebirge strömt. Die Luft führt dabei eine Ausweichbewegung nach oben aus, wodurch eine Schwerewelle entsteht. Es gibt mehrere Methoden um Schwerewellen zu detektieren. In dieser Arbeit werden Schwerewellen in Temperatur- und Winddaten gesucht, die von Radiosonden gemessen wurden. Diese bieten eine hohe vertikale Auflösung von etwa 5 m. In den Daten sind die Schwerewellen zu einem bestimmten Zeitpunkt und einem bestimmten Ort vorhanden. Durch mehrere Starts kann der zeitliche Verlauf einer Schwerewelle festgehalten werden.

Mittels verschiedener Analyseverfahren, wie Wavelet- und Hodographenanalysen, lassen sich zum Beispiel die Wellenlänge sowie die Ausbreitungsrichtung der detektierten Schwerewelle bestimmen.

In dieser Arbeit wird nach Schwerewellen während einer Messkampagne über der nordnorwegischen Stadt Andenes (69° N,16° O) gesucht. Dazu werden zunächst in Kapitel 2 einige theoretische Betrachtungen für die Beschreibung der Atmosphäre durchgeführt und mathematische Grundlagen der Analysemethoden geklärt. Kapitel 3 stellt einige Informationen über die Kampagne dar und anschließend wird die Anwendung der Analyseverfahren auf Daten genauer beschrieben. In den folgenden Kapiteln wird zunächst die stärkste Schwerewelle der Kampagne, vom 29. Januar 2016, ausgewertet (4). Kapitel 5 beschäftigt sich anschließend mit den Schwerewellen vom Vortag, dem 28. Januar. Im Kapitel 6 werden die gewonnen Ergebnisse kurz zusammengefasst.

## Kapitel 2.

## **Theoretische Betrachtungen**

In diesem Kapitel werden einige grundlegende Konzepte und Modelle der Meteorologie und der Atmosphärenphysik vorgestellt. Dabei wird zunächst im folgenden Unterabschnitt auf Allgemeines und Grundlegendes in diesem Fachgebiet eingegangen. Nebenbei werden wichtige Formeln sowie Definitionen genannt. Dies führt zu der eigentlichen Thematik dieser Arbeit, den Schwerewellen, welche in Abschnitt 2.2 erläutert werden. Zum Abschluss dieses Kapitels werden die verwendeten Methoden zur Analyse von Schwerewellen beschrieben (2.3).

### 2.1. Aufbau und Struktur der Atmosphäre

Dieser Abschnitt enthält Zusammenfassungen über wichtige Themengebiete der Atmosphärenphysik.

Zuerst wird auf die vertikale Struktur und Einteilung der Atmosphäre eingegangen, bevor einige Grundlagen zur allgemeinen Beschreibung der Atmosphäre genannt werden (2.1.2). In Abschnitt 2.1.3 wird dann etwas zum Jetstream gesagt, welcher für spätere Erklärungen der Ergebnisse wichtig werden wird.

#### 2.1.1. Vertikale Struktur

Die Atmosphäre stellt die äußerste Schicht der Erde dar. Sie grenzt den Planeten gegenüber dem Weltraum ab. Während der Übergang zwischen Atmosphäre und Weltraum unterschiedlich definiert ist, lässt sich die Atmosphäre selber relativ eindeutig in



Abbildung 2.1.: Temperaturprofil im Winter (Januar) und Sommer (Juli) über Andenes (69° N, 16° O), Daten bereitgestellt durch Picone et al. (2002)

verschiedene vertikale Schichten einteilen. Diese Einteilung wird durch den Temperaturgradienten definiert. Der schmale Bereich zwischen den einzelnen Schichten wird als Pause bezeichnet. In diesem Bereich ändert sich der Wert des Temperaturgradientens im Vergleich zu dem Gebiet unterhalb dieser Übergangsschicht signifikant (Abb. 2.1).

Die unterste Schicht in der Atmosphäre wird als Troposphäre bezeichnet. Sie beginnt direkt am Erdboden und endet in einer mittleren Höhe von 11 km mit Beginn der Tropopause. In dieser untersten Schicht der Atmosphäre fällt die Temperatur mit der Höhe. Der Temperaturgradient ist abhängig von der Luftfeuchtigkeit, bleibt im vertikalen Verlauf der Troposphäre aber näherungsweise konstant. Im Mittel fällt die Temperatur um 6.5  $\frac{K}{km}$  (Salby 2012). Diese Schicht zeichnet sich vor allem durch die starke Durchmischung aus (Kraus 2004). Durch die Strahlungsabsorption der Erdoberfläche und die anschließende Emission erwärmen sich die unteren Schichten. Dies führt zu einem Aufstieg warmer Luft an Orten mit erhöhter Strahlungsemission, verbunden mit einem Abstieg kälterer Luft in dessen Umgebung. Dies wird als Konvektion bezeichnet und ist für die Bildung von Wolken verantwortlich.

Als obere Grenze der Troposphäre schließt sich die Tropopause an. Die Weltorganisation für Meteorologie (WMO) definiert sie als den Punkt, bei der sich der Temperaturgradient erstmals auf über  $-2 \frac{K}{km}$  erhöht und gleichzeitig der Durchschnitt des Gradienten in einer Schicht von mindestens 2 km oberhalb dieses Punktes einen Wert von  $-2 \frac{K}{km}$  nicht unterschreitet (z.B. Lewis (2009)). Wie bereits erwähnt, befindet sich die Tropopause gemittelt über der gesamten Erde in einer Höhe von etwa 11 km. Die gemittelte Temperatur in dieser Grenzschicht beträgt etwa  $-56^{\circ}$ C ( $\approx 217$  K). Diese Werte hängen ebenfalls von mehreren Faktoren ab. Den größten Einfluss hat die Sonneneinstrahlung. So ist die Temperatur der Tropopause an den Polen im Winter niedriger und ihre Höhe geringer (215 K; 8 km) als im polaren Sommer (227 K; 10 km). In den tropischen Gebieten der Erde findet man die Tropopause erst in deutlich größerer Höhe, die Temperatur ist dort zudem deutlich kleiner (190 K; 16 km). Diese Werte findet man in Kraus (2004).

Die Tropopause wird als Übergang zwischen der Troposphäre und der darüber liegenden Stratosphäre angesehen. Die Temperatur in der Stratosphäre bleibt im unterem Bereich, je nach Jahreszeit und geographischer Breite, nahezu konstant auf dem Wert der Tropopause oder fällt weiter ab (Polarnacht), allerdings nicht so stark wie in der Troposphäre. Danach erfolgt ein Anstieg der Temperatur mit der Höhe. Bei der oberen Grenze dieser Schicht liegen Temperaturen im globalen Mittel bei etwa  $-3^{\circ}$ C ( $\approx 270$  K). Diese Grenze befindet sich bei etwa 50 km und wird als Stratopause bezeichnet (Kraus 2004). In der Stratosphäre finden ebenfalls Prozesse statt, welche großen Einfluss auf die Bedingungen nahe der Erdoberfläche nehmen. So befindet sich der Großteil des atmosphärischen Ozons in dieser Schicht. Es absorbiert UV-Strahlung und verhindert größtenteils, dass diese für Zellen schädliche Strahlung zur Erdoberfläche gelangt. Durch die Absorption wird die Energie der Photonen in Wärme umgewandelt, was den positiven Temperaturgradienten erklärt.

In der Polarnacht aber kommt die Sonne für Wochen oder sogar Monate nicht oberhalb des Horizontes. Das in der Stratosphäre vorhandene Ozon kann deshalb keine UV-Strahlung mehr absorbieren. Dies führt zu einer Abkühlung dieser Schicht, da gleichzeitig langwellige Strahlung emittiert wird. Es liegt ein negativer Strahlungsfluss vor. Dadurch kann die Temperatur in der unteren Stratosphäre im polarem Winter durchaus geringer sein als die in der Tropopause.

Es gibt in der Stratosphäre kaum Wolken, da die Konzentration an Wasserdampf sehr klein ist. In seltenen Fällen kommt es aber im Winter in den Polregionen zur Wolkenbildung in der Stratosphäre, wenn die Temperaturen auf Werte unter 188 K sinken. Diese Wolken haben oft eine wellenartige Form und schimmern perlmuttfarbig. Da sie in der Nähe von Gebirgen gesichtet werden, sind Leewellen (siehe 2.2.2) eine mögliche Ursache dieser Wolken (Häckel 2016). Die Schicht oberhalb der Stratopause wird als Mesosphäre bezeichnet. Die Mesosphäre zeichnet sich durch eine erneute Abnahme der Temperatur aus. An der oberen Grenze, der Mesopause, werden im polaren Sommer die geringsten Temperaturen in der Erdatmosphäre gemessen ( $\approx 130$  K, von Cossart et al. (1996)). Dies kann durch die Propagation und anschließende Dissipation von Schwerewellen und die daraus resultierende residuelle Zirkulation erklärt werden.

Die Thermosphäre beginnt, abhängig von der Jahreszeit und dem Ort, in einer Höhe von rund 90 km, oberhalb der Mesopause. In dieser Schicht steigt die Temperatur wieder an. Es werden Werte von etwa 1000 K in einer Höhe von rund 400 km erreicht. Danach bleibt die Temperatur näherungsweise konstant (Kraus 2004). Aufgrund der geringen Dichte der Luft in dieser Höhe, lassen sich diese Temperaturen nicht mit denen nahe der Erdoberfläche vergleichen. Die meisten Atome und Moleküle werden in dieser Schicht durch die hochenergetische Strahlung der Sonne ionisiert. Ab einer Höhe von etwa 500 – 600 km beginnt der interplanetare Raum (Malberg 2007).

#### 2.1.2. Physikalische Grundlagen der Atmosphärenphysik

In der Atmosphäre fällt der Druck mit der Höhe ab. Dies ist eine direkte Folgerung aus der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases und dem Gleichgewicht der Kräfte.

Dazu wird ein infinitesimal kleiner Quader betrachtet, welcher die Grundfläche A besitzt und in einer Höhe z liegt. Der Druck in dieser Höhe wird mit p bezeichnet. Es wird in guter Näherung angenommen, dass die Druckänderung in der horizontalen Richtung verschwindet. Dazu muss A formal klein gewählt werden. Von unten wirkt eine Kraft  $p \cdot A$ , als Folge des Atmosphärendruckes. In der Höhe z + dz beträgt der Druck p + dp, sodass von oben eine Kraft von  $(p + dp) \cdot A$  auf die Luft wirkt. Weiter hat die Gewichtskraft der Luft innerhalb des Quaders  $\rho g dV$  einen Einfluss. Hier ist  $\rho$ die Dichte der Luft, g die Schwerebeschleunigung und dV = A dz das Volumen des betrachteten Quaders. Es ergibt sich damit folgendes Kräftegleichgewicht:

$$p \cdot A = (p + dp) \cdot A + \rho g A dz$$
(2.1)

Umgestellt ergibt sich die folgende Formel:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g \tag{2.2}$$

Die Verwendung der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases

$$pM = \rho RT \tag{2.3}$$

führt zu der Form

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{pgM}{RT}.$$
(2.4)

In dieser Gleichung ist M die molare Masse der Luft, T die Temperatur, und R entspricht der universellen Gaskonstanten. Wie im vorherigen Kapitel erkannt wurde, ist die Temperatur T von der Höhe z abhängig. Gleiches gilt auch für die Schwerebeschleunigung g.

Durch Trennung der Variablen und anschließende Integration gelangt man zur folgenden Formel:

$$\frac{p(z)}{p_0} = e^{-\int_{z_0}^z dz' \frac{Mg(z')}{RT(z')}}$$
(2.5)

Hier ist  $p(z_0) = p_0$ , der Druck an der Erdoberfläche (Rechnung: Salby (2012)). Es ergibt sich ein exponentieller Abfall des Druckes mit der Höhe, weswegen der Druck in einer Höhe von 15 km nur noch etwa 10 % des Druckes an der Erdoberfläche beträgt (Salby 2012).

Für spätere Untersuchungen ist es von Vorteil die potentielle Temperatur  $\Theta$  einzuführen. Sie gibt die Temperatur an, die ein System mit dem Druck p und der Temperatur T haben würde, wenn es adiabatisch zu einem Referenzdruck komprimiert wird. Dieser Referenzdruck  $p_0$  entspricht normalerweise dem Bodendruck  $p_0 = 1000$  hPa. Dies führt auf die Definition

$$\Theta = T \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\kappa} \tag{2.6}$$

mit der Konstanten  $\kappa = \frac{R}{Mc_p}$ . Hier ist  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität der Luft (Salby 2012). Diese Definition ist deshalb sinnvoll, da sich Luft bei vertikaler Auslenkung adiabatisch abkühlt (Auslenkung nach oben) beziehungsweise erwärmt (Auslenkung nach unten).

Neben der Temperatur sind die Windgeschwindigkeiten in der Atmosphäre von Bedeutung. Für gewöhnlich wird die horizontale Windgeschwindigkeit in eine zonale Komponente u und eine meridionale Komponente v aufgeteilt. Der Zonalwind beinhaltet die Komponente aus Ost-West-Richtung und ist für Wind aus Westen positiv. Der Meridionalwind umfasst hingegen die Komponente aus Nord-Süd-Richtung und ist positiv für Wind aus Richtung Süden. Zudem existiert noch ein vertikaler Wind w.

#### 2.1.3. Jetstream

Für die Entstehung von Schwerewellen ist der Jetstream von großer Bedeutung. Er wird daher in diesem Abschnitt aufgegriffen.

Ein Jetstream ist ein Strahl aus Luft, welcher sich mit besonders hoher Geschwindigkeit bewegt. Er entsteht zum Beispiel, wenn sich ein Temperaturgradient in meridionaler Richtung ausgebildet hat. Dieser führt zu einer Ausgleichsbewegung der Luft. Da der Temperaturgradient vom Äquator aus in Richtung der Pole am stärksten ist, bewegt sich die Luft meist in diese Richtung. Die wärmere Luft über den Tropen führt also eine Bewegung in Nord-Süd-Richtung aus. Da sich die Erde unter der bewegten Luft dreht, erfahren die Luftmassen eine Ablenkung aufgrund der Corioliskraft in Richtung Osten. Es bildet sich ein Wirbel mit dem Pol als Zentrum. Dieser Wirbel wird als Jetstream bezeichnet. Aufgrund der Entstehung bewegt sich die Luft innerhalb des Jets hauptsächlich in zonaler Richtung.

Durch Störungen in diesem Gleichgewicht können Luftpakete in Nord-Süd-Richtung abgelenkt werden. Durch die Erhaltung des Drehimpulses und die wirkende Corioliskraft erfahren diese Luftpakete eine rücktreibende Kraft. Diese Kraft bewirkt eine Schwingung in Nord-Süd-Richtung. Da sich die Schwingung aufgrund der zonalen Bewegung in Richtung Osten ausbreitet, entsteht eine Welle um den Pol. Die Welle umschließt einen Großteil der Erde, weshalb sie als Planetare-Welle bezeichnet wird. Sie ist aber auch unter den Namen Rossby-Welle bekannt.

Bei den Jetstreams wird zwischen unterschiedlichen Arten unterschieden. In den Subtropen ist der Subtropen-Jet bekannt. Dieser Jet ist für gewöhnlich nahe der Tropopausenregion am stärksten. Bei einem Breitengrad von etwa 40° bis 60° tritt ein weiterer Jetstream in der Tropopausenregion auf, der polare Jetstream.

Im Winter bildet sich zudem der sogenannte polar night jet aus. Dieser befindet sich in der Stratosphäre, da diese im Winter aufgrund der mangelnden Sonneneinstrahlung besonders kalt ist.

### 2.2. Schwerewellen

Schwerewellen sind in der Dynamik der Atmosphäre von besonderer Bedeutung. So sind sie in der Lage horizontalen Impuls und Energie in unterschiedliche Höhen zu transportieren (Wang and Geller 2003). Verschiedene Phänomene können durch Schwerewellen erklärt werden. So wird die Oszillation der Zonalwindrichtung in den Tropen, bekannt als quasi-biennial oscillation (QBO), durch Schwerewellen ausgelöst. Dies wurde schon früh durch Lindzen and Holton (1968) vermutet.

Der Impulstransport in die polare Mesosphäre, verursacht durch Schwerewellen, trägt zur Abkühlung dieser Schicht im Sommer bei. Schwerewellen nehmen also Einfluss auf großräumige Prozesse in der Atmosphäre. Sie sind in der Lage die unterschiedlichen Schichten der Atmosphäre miteinander zu koppeln.

Im folgenden Abschnitt werden einige Grundlagen zur Beschreibung von Schwerewellen in der Atmosphäre besprochen. Darauf folgen mögliche Quellen von atmosphärischen Schwerewellen in Abschnitt 2.2.2. Zum Abschluss werden noch verschiedene Verfahren zur Messung von Schwerewellen genannt.

#### 2.2.1. Grundlagen

Als Schwerewellen werden Oszillationen von verschiedenen physikalischen Größen innerhalb von Flüssigkeiten und Gasen bezeichnet. Diese Art von Wellen treten auch in der Atmosphäre auf. Die Oszillationen betreffen neben der Temperatur und der Dichte auch Größen wie die Windgeschwindigkeit und den Druck. Als treibende Kraft bei der Entstehung dieser Wellen ist die Schwerkraft auszumachen. Die Gegenkraft zu der Schwerkraft ist die Auftriebskraft, weshalb Schwerewellen im Englischen auch als "buoyancy waves" bekannt sind. Typische horizontale Wellenlängen liegen im Bereich von einigen zehn bis hundert Kilometern, während die Vertikalen lediglich einige Kilometer groß sind.

Wird ein Luftpaket vertikal ausgelenkt, so führt es in einem stabil geschichteten Medium eine Schwingung aus. Ursache dafür ist, dass ein vertikal nach oben ausgelenktes Luftpaket sich adiabatisch abkühlt. In einem stabilen Medium ist der Anstieg der Temperatur mit der Höhe z größer als bei einem adiabatischen Prozess. Für die potentielle Temperatur  $\Theta$  bedeutet das:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} > 0. \tag{2.7}$$

Die Temperatur des nach oben ausgelenkten Luftpaketes ist damit kleiner als die Umgebungstemperatur, weshalb dieses wieder absinkt und eine Schwingung ermöglicht wird.

In einem instabilen Medium kühlt sich die Luft überadiabatisch mit der Höhe ab:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial z} < 0. \tag{2.8}$$

Nach oben ausgelenkte Luft besitzt deshalb eine höhere Temperatur als die Umgebung, weshalb diese weiter nach oben beschleunigt wird. Es tritt keine Schwingung des Luftpaketes um die Ruhelage auf.

In einer stabilen Atmosphäre, ohne Reibung, schwingt ein Luftpaket mit der Frequenz

$$N = \sqrt{\frac{g}{\Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z}}.$$
(2.9)

Diese Frequenz N ist als Brunt-Väisälä-Frequenz bekannt. Die Schwingung der Luftpakete breitet sich als Schwerewelle in Raum und Zeit aus.

Für die Beschreibung von Schwerewellen in der Atmosphäre lässt sich ein nichtlineares Differentialgleichungssystem aufstellen. Dieses Gleichungssystem lässt sich unter Anwendung der Störungstheorie in ein Lineares überführen. Dabei wird angenommen, dass sich eine höhenabhängige physikalische Größe x in der Atmosphäre, aus dem Hintergrund  $\bar{x}$  und kleine Fluktuationen x' zusammensetzt. Als Fluktuationen werden die Auswirkungen der Schwerewelle auf diese Größe bezeichnet. Es gelten damit die folgenden Formeln:

$$u = \overline{u} + u' \quad v = \overline{v} + v' \quad w = \overline{w} + w'$$
  

$$T = \overline{T} + T' \quad \Theta = \overline{\Theta} + \Theta' \quad \rho = \overline{\rho} + \rho$$
(2.10)

Neben dem zonal- (*u*) und meridional-Wind (*v*) sind Schwerewellen natürlich auch im vertikalen Wind *w* vorhanden. Mit diesem Ansatz gelangt man zu einer Grenze für die intrinsische Wellenlänge  $\hat{\omega}$  einer Schwerewelle.

$$|f| < \hat{\omega} < N \tag{2.11}$$

Diese Rechnung ist unter anderem in Fritts and Alexander (2003) dargestellt. Die intrinsische Frequenz  $\hat{\omega}$  ist die Frequenz, die eine Schwerewelle besitzt, wenn der Beobachter sich mit der Geschwindigkeit des Hintergrundwindes bewegt. Die beobachtete Frequenz  $\omega$  ist durch den Hintergrundwind Doppler-verschoben. Die obere Grenze ist die Brunt-Väisälä-Frequenz und die untere wird als Coriolisparameter  $f = \frac{4\pi}{24 \text{ std}} \cdot \sin \phi$  bezeichnet. Die Größe  $\phi$  stellt die geographische Breite dar.

Weiter lassen sich aus den Fluktuationen x' die Energiedichten der Schwerewellen und damit deren Aktivität bestimmen. Für die kinetische Energiedichte (Energie je Masse) ergibt sich:

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} \right) \tag{2.12}$$

und für die potentielle Energiedichte

$$E_{pot} = \frac{1}{2} \frac{g^2 \overline{T'^2}}{N^2 \overline{T}} = \frac{1}{2} \frac{g \overline{\Theta} \cdot \overline{T'^2}}{\overline{T^2} \cdot \frac{\partial \Theta}{\partial z}}.$$
 (2.13)

Hierbei bezeichnet  $\overline{x'}$  den Mittelwert der Fluktuationen in einer ausgewählten Schicht (z.B. Wang and Geller (2003)).

Wenn vorausgesetzt wird, dass die Energie einer Schwerewelle erhalten bleibt (keine Dissipation), muss die Amplitude der Welle mit der Höhe exponentiell zunehmen, eine Folgerung aus der exponentiellen Abnahme des Luftdruckes mit der Höhe. Wenn die Amplitude und damit auch die Schwingung zu groß werden, beginnen die Wellen zu brechen. Dies geschieht zum Beispiel, wenn bei großen Amplituden der Temperaturgradient so groß wird, dass lokal eine instabile Luftschichtung vorliegt. Das Brechen führt zu Turbulenzen und eine Speicherung von horizontalem Impuls in dieser Höhe, wodurch der Zonalwind für gewöhnlich abgeschwächt wird (Nappo 2012).

#### 2.2.2. Quellen von Schwerewellen

Man unterscheidet zwischen Schwerewellen in einem Medium und Wellen an der Grenze zwischen zwei Medien, zum Beispiel an der Grenzfläche zwischen Wasser und Luft. Letztere entstehen durch die Kelvin-Helmholtz-Instabilität.

Für den Energie- und Impulstransport sind Schwerewellen innerhalb eines Mediums, auch als interne Schwerewellen bezeichnet, von höherer Bedeutung. Für eine Ausbreitung von Schwerewellen innerhalb der Atmosphäre, muss diese stabil geschichtet sein.

Ein typisches Beispiel für interne Schwerewellen sind die Leewellen hinter Gebirgen. Sie entstehen, wenn sich Luft über ein Gebirge bewegt. Auf der vom Wind abgewandten Seite bildet sich dann eine Leewelle aus. Die Phasengeschwindigkeit für Leewellen ist für gewöhnlich null. Es handelt sich um stehende Wellen.

Eine weitere häufig untersuchte Quelle stellt die sogenannte geostrophische Anpassung (geostrophic adjustment) dar. Bei dieser Art der Schwerewellenerzeugung kommt es zu einer Störung des Gleichgewichtes, hauptsächlich in der Windgeschwindigkeit. Als Beispiel sind die Maxima und Minima in einer Rossby-Welle zu nennen (Kapitel 2.1.3). An diesen Punkten ändert sich die Ausbreitungsrichtung der Luft innerhalb einer relativ geringen Strecke. Dieses Ungleichgewicht wird mit der Zeit wieder in ein Gleichgewicht überführt. Dies geschieht durch eine Umverteilung von Impuls, Energie und Vortizität (Wirbelstärke). Dadurch kommt es zur Abstrahlung der überschüssigen Energie in Form einer Trägheitsschwerewelle (Fritts and Alexander 2003). Die typischen vertikalen Wellenlängen liegen für diese Art im Bereich von einigen Kilometern. Die Horizontalen sind für gewöhnlich zehn bis einhundert mal größer. Mehr Informationen und weitere Schwerewellen-Quellen sind in Fritts and Alexander (2003) dargestellt.

#### 2.2.3. Messmethoden und Datensätze

Die Folgen einer Schwerewelle lassen sich unter Umständen visuell erfassen. Sie sind zum Beispiel als wellenartige Strukturen in Wolken erkennbar. Schwerewellen verursachen Schwankungen in physikalischen Größen, wie dem Wind. Diese Schwankungen können durch verschiedene Verfahren gemessen werden. Jedes dieser Verfahren hat Vor- und Nachteile und besitzt einen unterschiedlichen Höhenbereich, in dem Schwerewellen detektiert werden können.

Lidars (Light Detection and Ranging) ermöglichen Messungen des vertikalen Temperaturverlaufes bis in einem Höhenbereich von etwa 100 km. Vor kurzem wurde zudem ein Verfahren zur Messung der Windgeschwindigkeiten entwickelt. Dies beinhaltet sowohl den Vertikal- als auch den Horizontalwind. Lidars können allerdings nur bei einem wolkenlosen Himmel eingesetzt werden, zudem ist die Anzahl dieser Stationen sehr begrenzt. Durch ein Radar lassen sich vor allem Windprofile aufnehmen. Es können Messungen bis in die Stratosphäre (bis etwa 20 km) sowie in der Mesosphäre (60 - 90 km) durchgeführt werden. Ihre Anzahl und die Verteilung über der Erde ist aber ebenfalls begrenzt.

Mit Hilfe von satellitengestützten Messungen kann ein großer Bereich der Atmosphäre erfasst werden. Dabei kann unter anderem das Temperaturprofil aus der Infrarotstrahlung berechnet werden. Die vertikale Auflösung ist dabei aber relativ klein. Zudem dauert es aufgrund der Orbitpräzission typischerweise einige Tage bis sich die Satelliten wieder über dem gleichen Ort befinden.

Für die Messung von horizontalen Windgeschwindigkeiten sowie der Temperatur in vertikaler Auflösung werden häufig auch Radiosonden eingesetzt. Sie können bis in Höhen um 30 km vorstoßen. In seltenen Fällen sind Messungen bis zu einer Höhe von etwa 40 km möglich. Mit einer durchschnittlichen Aufstiegsgeschwindigkeit von 5  $\frac{m}{c}$ und einer zeitlichen Auflösung von 1 s besitzt das Profil eine Auflösung von etwa 5 m. Radiosondenstationen sind auf der ganzen Welt zu finden, die meisten aber auf den Landmassen der Nordhemisphäre. Laut der Weltorganisation für Meteorologie (WMO) gibt es (Stand 2016) ungefähr 1300 Radiosondenstationen weltweit. Zwischen 200 und 300 dieser Stationen lassen täglich Radiosonden starten. Weiter existieren etwa 15 Schiffe zur Messung über Ozeanen. Diese Schiffe befinden sich hauptsächlich im Nordatlantik (World Meteorological Organization 2016). Radiosonden werden zwar häufig gestartet, sie erreichen aber nicht zuverlässig eine bestimmte Höhe. Es kann zum vorzeitigen Abbruch des Aufstieges kommen, wenn die Temperatur zu niedrig ist und der Auftrieb gebende Ballon spröde wird. Für die Detektierung von Schwerewellen bis in Bereichen der mittleren Stratosphäre, sind Radiosonden eine häufig verwendete Messmethode.

#### **ECMWF-Daten**

Das European Centre for Medium-Range Weather Forecasts (ECMWF) liefert und archiviert Wettervorhersagen für jeden Tag. Diese Daten sind für die Partnerländer frei zugänglich. Die Vorhersagen werden durch verschiedene numerische Verfahren erstellt.

ECMWF-Daten enthalten diverse meteorologische Daten, welche die Messdaten der Radiosonden ergänzen.

### 2.3. Analyse-Methoden

Dieses Kapitel beschreibt die Verfahren, die zur Datenverarbeitung verwendet wurden. Es beinhaltet die Anwendung eines Butterworth-Filters auf die Rohdaten und die anschließende Verwendung von Wavelet- (Abschnitt 2.3.2) sowie Hodographenanalyse (2.3.3).

#### 2.3.1. Butterworth-Filter

In dieser Arbeit wurden aus den Radiosonden die Daten für die Temperatur und der Windgeschwindigkeiten verwendet. Wie bereits in Formel (2.10) festgehalten, setzen sich diese Größen aus dem Hintergrund und den Fluktuationen zusammen. Die Fluktuationen stellen dabei die Schwerewellen dar. Die Wellen selber werden zudem durch Rauschen überlagert.

Man kann die Daten als Überlagerung von Sinus- und Kosinus-Funktionen auffassen. Das Rauschen entspricht kleinen Wellenlängen und der Hintergrund setzt sich aus Funktionen mit großen Wellenlängen zusammen. Für die Trennung von Hintergrund und Fluktuationen bietet sich daher an, einen Butterworth-Bandpassfilter zu verwenden. Dieses Verfahren wurde zum Beispiel von Zink and Vincent (2001) angewendet.



Abbildung 2.2.: Übertragungsfunktion von Butterworth-Bandpassfilter verschiedener Ordnung, die gestrichelten Linien markieren die Grenzfrequenzen

Ein Butterworth-Filter ist ein kontinuierlicher Frequenzfilter. Die Übertragungsfunktion eines Butterworth-Bandpasses sind in Abbildung 2.2 zu finden. Diese Filter



Abbildung 2.3.: Anwendung eines Butterworth-Bandpassfilters 5. Ordnung (500 – 10000 m, gelb) und eines Butterworth-Tiefpassfilters 5. Ordnung (10000 m,rot) auf die Daten des Horizontalwindes (blau) von Flug 2016-01-18-2 vom 18. Januar 2016 über Andenes (69° N 16° O)

zeichnen sich dadurch aus, dass sie im Durchlassbereich möglichst flach verlaufen, die Anteile dieser Frequenzen werden also kaum gedämpft. Im Sperrbereich ist der Verlauf relativ steil, wodurch diese Frequenzen relativ stark gedämpft werden. Bei der Grenzfrequenz (-wellenlänge) wird das Signal um 3 dB (Faktor 0.707) abgeschwächt. Durch die Ordnung dieses Filters ist die Steilheit im Sperrbereich und der Verlauf im Durchlassbereich gegeben. Bei einer höheren Ordnung ist der Abfall stärker, Frequenzen nahe der Grenzfrequenz werden zudem weniger stark gedämpft (Abb. 2.2).

Ein Beispiel für die Anwendung eines Butterworth-Filters ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Dort wurde ein Butterworth-Bandpassfilter auf die Daten des Horizontalwindes angewendet. Man erkennt wie der Filter den Hintergrund und das Rauschen von den Rohdaten entfernt.

#### 2.3.2. Waveletanalyse

In den Daten der Radiosonden zeigen sich die Schwerewellen in Form von periodischen Schwingungen. Mittels einer Fouriertransformation lassen sich die dominanten Frequenzen aus dem Spektrum ablesen. Bei dieser Transformation gehen aber Informationen zu dem Ort (hier speziell: Höhe) verloren. Die Methode der Wavelettransformation enthält beide Informationen, zum Ort und zur Frequenz. Sie ist daher besonders zur Berechnung der Schwerewellenaktivität geeignet.

Der Name dieser Methode stammt von der verwendeten Funktionen-Familie, welche als Wavelet g(z) (engl: "mother wavelet") bezeichnet werden. Die Funktion f(z)wird dabei mit den skalierten und linear verschobenen Versionen des Wavelets verglichen. Damit eine Funktion als Wavelet verwendet werden kann, muss dessen Fouriertransformierte G(m) folgende Bedingung erfüllen:

$$c_g = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|G(m)|^2}{|m|} \mathrm{d}m < \infty.$$
 (2.14)

Als kontinuierliche Wavelettransformation der reellen Funktion f(z) wird der Koeffizient (Funktion von a,b)

$$W_f(a,b) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{\infty} f(z) g^*\left(\frac{z-b}{a}\right) \mathrm{d}z$$
(2.15)

bezeichnet. Der Parameter a > 0 gibt die Skalierung an, während  $b \in \mathbb{R}$  das Wavelet entlang der z-Achse verschiebt. Der Stern \* signalisiert die komplexe Konjugation. Der Wert der Wavelet-Transformation gibt die Übereinstimmung der Funktion f(z) mit dem skalierten und verschobenen Wavelet  $g^*\left(\frac{z-b}{a}\right)$  an.

Es ist von Vorteil diese Definition in den Fourierraum zu transformieren, die Gleichung erhält dann folgende Form:

$$W_f(a,b) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G^*(am) F(m) e^{imb} dm$$
 (2.16)

Hier ist F(m) die Fouriertransformation von f(z). Das i stellt die imaginäre Einheit dar. Weitere Informationen zu diesen Definitionen und der Rechnung sind in Zink and Vincent (2001) zu finden.

Es bleibt noch die Wahl des Wavelets zu klären. Wie von Zink and Vincent (2001) angenommen wurde, setzen sich die von Schwerewellen hervorgerufenen Fluktuatio-



**Abbildung 2.4.:** Wavelettransformation einer Sinusschwingung mit zwei verschiedenen Frequenzen. Oben ist die Funktion dargestellt, darunter die Wavlettransformation durch einen Morlet-Wavelet mit dem Koeffizienten k = 6.

nen grundsätzlich aus Amplituden-modulierten Sinus-Wellen zusammen. Das Morlet-Wavelet ist eine komplexe Sinus- und Kosinuswelle multipliziert mit einer Gaußfunktion:

$$g(z) = e^{ikz} e^{\frac{z^2}{2}}$$
(2.17)

oder im Fourierraum:

$$G(m) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{(m-k)^2}{2}}$$
(2.18)

Dieses Wavelet scheint daher eine gute Wahl zu sein.

Das k ist ein Koeffizient, welcher gewählt werden muss. Er hat Einfluss auf die Auflösung im Frequenz- und Ortsbereich. Er muss einen Wert  $k \ge 5$  besitzen (Kumar and Foufoula-Georgiou 1997). In dieser Arbeit wurde er auf k = 6 gesetzt.

Die Höhenauflösung des Waveletkoeffizienten ergibt sich aus den Koeffizienten b, der Wert von a ist mit der Wellenlänge  $\lambda$  verknüpft. Es stellt sich die Beziehung  $\lambda = \frac{a}{k}$  heraus.

In Abbildung 2.4 wurde eine Sinusfunktion mit zwei verschiedenen ortsabhängigen Frequenzen erzeugt. Darunter ist der Waveletkoeffizient dargestellt.

Man sieht, wie die einzelnen Wellenlängen durch diese Analysemethode erkannt werden. Gelbe Bereiche bedeuten dabei höhere Übereinstimmung des Wavelets mit der Funktion f(x). Im Gegensatz zur Fouriertransformation bleibt die Information zum Ort aber erhalten.

In der Abbildung ist zu erkennen, dass die Auflösung mit der Wellenlänge fällt. Eine Erhöhung von k verbessert diese nur minimal, aber auf Kosten der Auflösung des Ortes. Erkennbar sind hier zudem kleine Randeffekte.

#### 2.3.3. Hodographenanalyse

Aus der Wavelettransformation lassen sich die Wellenpakete aus einem Radiosondenflug darstellen. Durch Anwendung eines Butterworth-Bandpassfilters auf die Rohdaten des Fluges, können die nicht-dominierenden Wellenlängen des Wellenpaketes herausgefiltert werden. Dies wird sowohl für den Zonal- als auch für den Meridionalwind durchgeführt. Aus den gefilterten Daten wird der Meridionalwind gegen den Zonalwind der Höhe nach aufgetragen (Beispiel in Kapitel 3.2, Abb. 3.1). Daraus ergibt sich im Idealfall einer monochromatischen Welle eine Ellipse, welche die Phasenbeziehung des Zonal- zum Meridionalwind darstellt. Diese Ellipse wird als Hodograph bezeichnet. Durch die Lage der großen Halbachse ist die Ausbreitungsrichtung der Welle gegeben. Verläuft die große Halbachse beispielsweise von Nord nach Süd, so deutet dies auf eine Ausbreitung der Welle nach Norden beziehungsweise Süden hin. Es besteht also eine Unsicherheit der Ausbreitungsrichtung von 180°.

Durch die Drehrichtung des Hodographens lässt sich auf die Propagation der Schwerewelle in vertikaler Richtung schließen. Eine Ausbreitung der Welle nach oben zeigt sich als Drehung des Hodographen mit dem Uhrzeigersinn (mathematisch negativ), falls in der Nordhemisphäre gemessen wurde. Die Beziehung lässt sich aus dem Corioliseffekt schließen. Andererseits deutet eine mathematisch positiv drehende Ellipse auf eine nach unten propagierende Schwerewelle hin. In der südlichen Hemisphäre ist die Beziehung genau umgekehrt. Die Hodographenanalyse wurde unter anderem in Schöllhammer (2002) angewendet.

Die Ergebnisse der Hodographenanalyse treffen für eine monochromatische Welle zu. Da sich in der Praxis das Spektrum aus mehreren Wellen zusammensetzt, kommt es zu Ungenauigkeiten in dieser Analysemethode. So kann es beispielsweise zu Abweichungen in der Ausbreitungsrichtung kommen.

## Kapitel 3.

# Daten der Radiosonden und Verarbeitungen

In diesem Kapitel wird zunächst etwas zu dem verwendeten Datensatz berichtet. Abschnitt 3.2 erläutert anschließend die Anwendung der Wavelet- und Hodographenanalyse auf diesen Datensatz.

### 3.1. Datensatz

Während der Mesoscale Processes in Troposphere-Stratosphere Interaction (METROSI)-Kampagne wurden in einem Zeitraum vom 12. Januar bis 2. Februar 2016 in Andenes/Norwegen (69° N, 16° O) und in Kiruna/Schweden (68° N, 20° O) Radiosonden gestartet. Diese Kampagne ist ein Projekt innerhalb von ROMIC (Role of Middle Atmosphere in Climate), welches durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung finanziert wird.

In dieser Arbeit werden die Radiosondenflüge aus Andenes untersucht und ausgewertet. Dies beinhaltet 32 Starts in einem Zeitraum vom 15. bis 29. Januar. Drei weitere Starts vom 15. und 16. Januar wurden nicht genauer untersucht. Besonders wird auf eine Messreihe am 28. und 29. Januar eingegangen, bei der 10 Starts durchgeführt werden konnten. In diesem Zeitraum wurde eine Radiosonde etwa alle 3 Stunden gestartet.

Andenes befindet sich an der nördlichen Spitze der Insel Andoya in Nordnorwegen, direkt am Atlantischen Ozean.

Für diese Arbeit wurden die zur Analyse und Darstellung notwendigen Funktionen

und Scripte in MATLAB erstellt. Bei MATLAB handelt es sich um ein Programm zur Berechnung und Visualisierung von numerischen Problemstellungen.

### 3.2. Anwendung der Analyseverfahren

Die Radiosonden senden jede Sekunde ihre Höhe mit den zugehörigen Wind- und Temperaturdaten zur Empfangsstation. Da die Aufstiegsgeschwindigkeit aufgrund des Vertikalwindes nicht konstant bleibt, sind die Höhenintervalle nicht äquidistant. Eine spätere Fouriertransformation setzt für eine exakte Lösung hingegen äquidistante Höhenintervalle voraus, weshalb die Werte angepasst werden müssen. Dazu wurden die Wind- und Temperaturdaten zunächst mit einem kubischen Spline interpoliert. Die Stützstellen befinden sich hier bei den gemessenen Höhen. Ein kubischer Spline hat an den Stützstellen die gleichen Funktionswerte wie die zu interpolierenden Daten. In dem Zwischenbereich werden die Daten so aufgefüllt, dass die 2. Ableitung minimalisiert wird, also keine zusätzlichen Schwingungen hervorgerufen werden. Durch diese Interpolation können die Wind- und Temperaturdaten in einer beliebigen Höhe zwischen Start und Endhöhe bestimmt werden. Eine äquidistante Höheneinteilung ist dadurch möglich.

Dafür muss noch die gewünschte Länge der Intervalle, beziehungsweise deren Anzahl bestimmt werden. Um möglichst wenig Informationen in diesem Schritt zu verlieren, wurde die Anzahl der Datenpaare erhalten. Mehr Datenpunkte zu erzeugen würde keine neuen Erkenntnisse bringen und verbraucht zudem mehr Speicherplatz und Rechenkapazitäten. Weniger Datenpunkte vermindern das Rauschen, dies wird später aber mit einem Butterworth-Filter herausgefiltert, weshalb hier darauf verzichtet wurde die Auflösung zu reduzieren.

Nachdem die Daten auf einem äquidistanten Abstand gebracht wurden, können diese durch eine Wavelettransformation analysiert werden. Diese Analyse wird ähnlich wie in Zink and Vincent (2001) durchgeführt. Zunächst werden die Daten mit einem Butterworth-Filter 5. Ordnung vorgefiltert. Dies wird für den Zonal-, wie auch für den Meridionalwind und die Temperatur separat durchgeführt. Die Grenzwellenlängen wurden dabei auf 500 m beziehungsweise 10000 m gesetzt. Die Datensätze (f) werden fouriertransformiert und mit dem ebenfalls fouriertransformierten, mit a skaliertem Morlet-Wavelet aus (2.18) multipliziert. Dieses Produkt wird invers fouriertransformiert, wodurch sich direkt der Waveletkoeffizient  $W_f(a, b)$ , für ein a und damit



Abbildung 3.1.: Beispiel für eine Wavelettransformation und eines Hodographens für den selben Flug (2016-01-29-5, 29. Januar), links: Wavelettransformation, rechts: Hodograph für den dominierenden Peak

für eine Wellenlänge ergibt. Diese Verfahren wird für Wellenlängen von  $0.1-10~{\rm km}$  mit einer Auflösung von  $\lambda=50~{\rm m}$  durchgeführt. Aufgrund des Butterworth-Filters sind bei kleinen Wellenlängen  $\lambda\leq500~{\rm m}$  allerdings kaum Strukturen zu erwarten.

Dieser Koeffizent  $W_f$  ist in der Regel komplex, weshalb dessen Betragsquadrat berechnet werden muss, um diesen graphisch darstellen zu können. Wie in Zink and Vincent (2001) werden die Betragsquadrate  $|W_f|^2$  von Zonal- und Meridionalwind addiert und in einem gemeinsamen Koordinatensystem dargestellt. Dies bietet sich an, da Schwerewellen sich meistens nicht nur rein zonal oder meridional ausbreiten. In Abbildung 3.1 ist ein Beispiel für eine Wavelettransformation der Winddaten zu finden.

Eine erhöhte Schwerewellenaktivität in einem Bereich zeigt sich als ein Maximum von  $|W_f|^2$ . Dieses Maximum wird auch als Wellenpaket bezeichnet. Wie in den Grundlagen beschrieben, sind diese Wellenpakete Ausgangspunkt der Hodographenanalyse. Einen Hodographen findet man in 3.1, der Punkt markiert den Startpunkt.

#### weiteres Vorgehen

Nachdem von jedem Flug eine Wavelettransformation berechnet wurde, konnten in diesen Diagrammen mehrere Maxima ausgemacht werden. In den 35 Flügen wurden etwa 170 Maxima entdeckt. Dies entspricht durchschnittlich 5 pro Flug. Diese Maxima mussten visuell beurteilt werden, ob sie eine Schwerewelle darstellen oder beispielsweise nur einen transformierten Tropopausenjet entsprechen. Nach einer Hodographenanalyse der verbleibenden Wellenpaketen konnte nach Zusammenhängen zwischen den unterschiedlichen Hodographen und den Wellenpaketen gesucht werden. Es stellt sich heraus, dass die Schwerewellenaktivität am 28. und 29. Januar besonders hoch war. In den folgenden zwei Kapiteln werden zwei Fälle in diesem Zeitraum ausführlich untersucht.

## Kapitel 4.

# Die dominanteste Schwerewelle der Kampagne

In diesem Kapitel wird speziell auf eine Schwerewelle eingegangen, die am 29. Januar 2016 über Andenes detektiert worden ist. Die Amplitude dieser Welle hebt sich von den anderen Wellen der gesamten Kampagne aufgrund deren Stärke ab. Es wird zunächst kurz etwas zu den gemessenen Daten gesagt bevor die Ergebnisse des Analyse-Verfahrens in Abschnitt 4.2 vorgestellt werden. Ein Vergleich mit den zur Verfügung stehenden ECMWF-Daten führt zu den Schlussfolgerungen, welche unter Punkt 4.4 aufgeführt werden.

### 4.1. Daten der Radiosonden

Am 29. Januar 2016 wurden insgesamt 6 Radiosonden von Andenes (69° N, 16° O) aus gestartet. Mit denen des Vortages waren es sogar 10 Sonden. Die Ballons wurden etwa alle drei Stunden gestartet. Von diesen 10 Ballons haben drei eine Höhe von 30 km und höher erreicht. Der Ballon mit der größten erreichten Höhe stieg 33 km hoch. Andererseits gab zwei Flüge, bei denen der Ballon in einer Höhe von etwa 13 km geplatzt ist. Ursache für das frühe Platzen der meisten Ballons könnten die ungewöhnlich niedrigen Temperaturen sein. Laut Manney and Lawrence (2016) waren die Temperaturen in der unteren Stratosphäre im gesamten Winter 2015/2016 zum Teil die niedrigsten seit 1980. Diese geringen Temperaturen haben die Elastizität des Ballons beeinflusst, wodurch relativ früh das Platzen der meisten Ballons ausgelöst wurde. Die drei Flüge welche eine Höhe von über 30 km erreichten, sind in Abbildung 4.1 dargestellt.



Abbildung 4.1.: Rohdaten der drei Sonden, die eine Höhe von 30 km erreichten. Bei der Temperatur ist ein Offset von 4 K/h einbezogen. Bei den Winddaten ist dieser Offset 8 (m/s)/h.

In einer Höhe ab etwa 25 km ist eindeutig eine periodische Änderung in allen Daten (Temperatur T, Zonalwind u, Meridionalwind v) erkennbar. Anscheinend steigt sowohl die Wellenlänge als auch die Amplitude mit der Zeit an. So ist bei Sonde 29-5 eine Wellenlänge von  $\lambda > 5$  km zu erkennen (T, v), während sich bei Flug 29-2x eine Wellenlänge von  $\lambda \leq 2$  km vermuten lässt. Weitere Wellen, welche in allen Flügen vorkommen sind ohne weitergehende Analysen nicht auszumachen. Erkennbar ist aber ein Tropopausenjet in diesen drei Winddaten, immer in zonaler Richtung, bei einer Höhe  $h \leq 10$  km. Die genaue Höhe ändert sich dabei leicht. Er wird mit der Zeit stärker.

### 4.2. Analyse der Daten

Um sich einen besseren Eindruck über vorhandene Schwerewellen zu verschaffen, wurden die Daten durch mehrere Methoden analysiert (siehe 2.3 und 3.2). Zunächst werden die Rohdaten durch einen Butterworth-Filter 5. Ordnung vorgefiltert. In Abbildung 4.2 ist ein Beispiel für die Wirkung dieses Filters dargestellt. Hier sind die Grenzwellenlängen 500 m und 10 km. Man kann die Wirkung dieses Filters in den Winddaten sehr gut erkennen. Kleine Schwankungen beziehungsweise Rauschen ist kaum noch zu erkennen, zudem ist der Hintergrund entfernt. In den Temperaturdaten fallen hauptsächlich die Wellen ab einer Höhe von 25 km auf. Im Gebiet um die Tropopause sind ebenfalls Wellen zu erkennen. In diesem Bereich ändert sich der Temperaturgradient. Durch den Butterworth-Filter kann diese Änderung nicht vollständig reproduziert werden, wodurch eine scheinbare Welle erzeugt wird. Diese wird nicht weiter analysiert.



Abbildung 4.2.: Wind- und Temperaturdaten nach Anwendung eines Butterworth-Bandpassfilters 5. Ordnung, mit Grenzen von 500 m bis 10 km, von Flug 29-3 (29.01.2016)

Die Werte, die nun durch diesen Filter gewonnen wurden, werden verwendet, um auf diesen eine Waveletanalyse anzuwenden. Dazu wurde ein Morlet-Wavelet benutzt (siehe 2.3.2)). In den Waveletanalysen der einzelnen Flüge wird nach Auffälligkeiten und Gemeinsamkeiten gesucht. Zunächst soll hier ein Beispiel für eine solche Analyse gezeigt werden. Dazu wird das Ergebnis des Fluges am 29-3 dargestellt, welches in der Abbildung 4.3 zu sehen ist.



**Abbildung 4.3.:** Waveletanalyse der Winddaten von Flug 2016-01-29-3. Dargestellt ist die Summe der Betragsquadrate des Waveletkoeffizientens ( $|W_f|^2$ ) von Meridional-und Zonalwind

Die Waveletanalyse zeigt die größte Schwerewellenaktivität bei 25 - 33 km und einer Wellenlänge von 3 - 5 km. Ein weiteres lokales Maximum befindet sich in einer Höhe von etwa 10 km und bei einer Wellenlänge von etwas weniger als 6 km. Der größere Peak entspricht dabei der Welle, welche man bereits in den Rohdaten (Abb. 4.1) erkennen konnte. Der kleinere Peak wurde bereits in den Rohdaten als Tropopausenjet identifiziert. Dieser Peak ist nicht durch Schwerewellen verursacht. Beachtet werden muss, dass der obere Peak nahe des Randes zu finden ist, was eine Beeinflussung durch Randeffekte hervorruft. Dadurch ist die Frequenz dieser Welle verschmiert und die Amplitude wird ebenfalls nicht mit der Realen übereinstimmen. Es ist aber eindeutig, dass sich in diesem Bereich ein Maximum befindet. Aus einem Vergleich mit den beiden anderen Flügen (29-2x, 29-5, siehe Anhang) stellt sich heraus, dass dieser Peak an dem gesamten Tag in etwa der gleichen Höhe zu erkennen ist. Dies ließ sich schon aus den Rohdaten vermuten. Dennoch ist eine Varianz in der Wellenlänge vorhanden. In Tabelle 4.1 findet man die Wellenlängen der Maxima aus den Wavelet-Diagrammen, sowie die maximal erreichte Höhe h der Radiosonden. Man erkennt, wie die Wellenlängen sowohl in den Wind- als auch in den Temperaturdaten mit steigender Zeit ebenfalls größer werden. Weiter sind in dieser Tabelle die mittleren Windgeschwindigkeiten in einer Höhe von 25 km bis 30 km zu finden. Man kann erkennen, wie der meridionale Wind mit der Zeit stärker wird, sich sogar fast verdoppelt. Der Zonalwind wird andererseits etwas kleiner. Deshalb dreht sich der Wind mit der Zeit gegen den Uhrzeigersinn. Diese Drehung ist aber nicht sonderlich groß, weshalb die Windrichtung an diesem Tag Westsüdwest bleibt.

Flug	Startzeit	$h/{ m m}$	$\lambda_{Wind}/{ m km}$	$\lambda_{Temp}/\mathrm{km}$	$\overline{u}/(\mathrm{m/s})$	$\overline{v}/(\mathrm{m/s})$
29-2x	6:52 UTC	31811	2.7	2.1	37.0	9.7
29-3	9:57 UTC	33080	4.2	3.8	35.2	15.1
29-5	15:55 UTC	32670	5.2	5.2	34.6	19.3

Tabelle 4.1.: Vergleich der Flüge

In dem Bereich um die lokalen Maxima der Wavelet-Analyse wird jeweils ein Hodograph erstellt. Die Grenzen für den Butterworth-Filter, sowie der Höhenbereich sind durch diese Maxima gegeben. Der Zusammenhang zwischen der Lage des Hodographens und der Ausbreitung der Schwerewelle ist in Kapitel 2.3.3 kurz dargestellt.

In Abbildung 4.4 ist ein Hodograph von Flug 29-2x zu sehen.



Abbildung 4.4.: Hodograph zwischen 28 und 30 km Höhe aus dem Flug 29-2x

Die Grenzwellenlänge des Butterworth-Filters (5. Ordnung) wurde bei den Daten auf  $\lambda_{gu} = 1$  km beziehungsweise  $\lambda_{go} = 3$  km eingestellt. Die Abbildung zeigt die Winddaten in einem Höhenbereich zwischen 28 - 30 km. Der Punkt in dem Verlauf markiert den untersten Messpunkt. Ideal würden diese Punkte auf einer Ellipse liegen. Die gestrichelte Linie stellt eine Ellipse dar, die sich am besten an die Messwerte anpasst. Dieser Fit wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate erstellt. Da die Ellipsengleichung mit der Parabel- und Hyperbelgleichung im Prinzip identisch ist, müssen Nebenbedingungen in der Berechnung der Fitfunktion einbezogen werden, um nur Ellipsen als Fit zu erzeugen. Aus den Nebenbedingungen von Fitzgibbon et al. (1999) wurde ein Programm entwickelt, welches eine bestmögliche Ellipse aus den Daten erstellt.

In dem dargestellten Fall erkennt man einen Hodographen, welcher sich mit den Uhrzeigersinn dreht (mathematisch negativ). Das lässt auf eine aufwärts propagierende Schwerewelle schließen. Für die horizontale Ausbreitungsrichtung ergibt sich ungefähr die Richtung Nordnordost beziehungsweise Südsüdwest. Die Schwerewelle kann von dem Hintergrundwind abgelenkt werden, wodurch dieser einen Einfluss auf die Ausbreitungsrichtung der Welle hat.

Der Hodograph für den Flug 29-5 ähnelt dem in Abbildung 4.4 sehr (früher bereits als Beispiel dargestellt: Abb. 3.1). Das betrifft das Verhältnis der Halbachsen sowie der scheinbaren horizontalen Ausbreitungsrichtung. Dieser Hodograph besitzt ebenfalls eine mathematisch negative Drehrichtung, was erneut auf eine aufwärts gerichtete Welle schließen lässt. Es sei aber gesagt, dass dieser Hodograph für eine größere Wellenlänge ( $\lambda_{gu} = 4 \text{ km}$  und  $\lambda_{go} = 6 \text{ km}$ ) untersucht wurde. Dies ergab sich bereits aus dem Wavelet-Diagramm, bei dem das Wellenpaket ebenfalls in der Wellenlänge verschoben zu sein scheint.

Der Hodograph aus Flug 29-3 (Abb. 4.5), für das Wellenpaket in einer Höhe von etwa 30 km, unterscheidet sich in der scheinbaren Ausbreitungsrichtung von den anderen. Die Ellipse selber ist etwas weiter im Uhrzeigersinn gedreht, weshalb sich für die Ausbreitungsrichtung Ostnordost beziehungsweise Westsüdwest ergibt. Die Drehrichtung ist wie bei den anderen beiden Hodographen in mathematisch negativer Richtung. Das bedeutet, dass sich diese drei Wellenpakete alle in der Atmosphäre nach oben bewegen. Allerdings ist die Amplitude der Windgeschwindigkeiten in diesem Flug deutlich größer als in Flug 29-2x und etwas größer als in Flug 29-5.



Abbildung 4.5.: Hodograph zwischen 29 und 33 km Höhe aus dem Flug 29-3

Mit Hilfe der Hodographenanalyse konnten Gemeinsamkeiten in den Wellen der einzelnen Flüge erkannt werden. So propagieren diese Wellen in höhere Schichten der Atmosphäre. Zudem ist in gewisser Näherung die Ausbreitung der Wellen in horizontaler Richtung identisch.

Um ein Vergleich der Schwerewellenaktivität zu anderen Flügen vornehmen zu können, wurden die kinetische und potentielle Schwerewellenenergie in bestimmten Bereichen der Atmosphäre berechnet. Dörnbrack et al. (2017) haben die Energie hauptsächlich in drei Schichten berechnet. Die erste Schicht umfasst die Troposphäre in einem Bereich von 1 - 8 km, danach schließt die untere Stratosphäre in einem Höhenbereich von 12 - 20 km an. Die oberste Schicht, welche von einigen Sonden noch durchflogen wurde, liegt dann bei 20 - 28 km und wird als mittlere Stratosphäre bezeichnet. Höher als in diese Schicht sind nur sehr wenige der gestarteten Radiosonden vorgedrungen, deshalb ist es nicht sinnvoll eine weitere Schicht zu betrachten.

Es stellt sich zunächst die Frage danach, ob diese Einteilung auch für die Messungen in Andenes sinnvoll ist. Dazu wurde der vertikale Verlauf der Schwerewellenenergie für die drei bisher untersuchten Flüge bestimmt. Für diese Rechnung wird die Atmosphäre in Schichten mit Höhen von jeweils 500 m eingeteilt und deren Gesamtenergiedichte in diesem Bereich berechnet. Die Formeln dazu sind in den Grundlagen gegeben ((2.12) und (2.13)), die Grenzen des Butterworth-Filters sind 500 m und



Abbildung 4.6.: Verlauf der Gesamtschwerewellenenergiedichte als Mittelwert von den berechneten Daten aus den drei Flügen (29-2x, 29-3, 29-5)

10000 m. Ein Mittelwert der Energien zu den drei Zeitpunkten lässt einen Verlauf der Energie mit der Höhe erkennen. Dieser Verlauf ist in der Abbildung 4.6 dargestellt.

Aus dieser Abbildung lassen sich auf verschiedene Schichten in der Atmosphäre schließen. Wie zu erkennen ist, bleibt die Energie in der Troposphäre nahezu konstant. Bei einer Höhe von etwa 11 km nimmt die Gesamtenergiedichte den bis hierhin größten Wert an. Um Einflussnahmen von Effekten nahe des Erdbodens ausschließen zu können, sollte man den Startpunkt der untersten Schicht nicht mit der Erdoberfläche gleichsetzen. Es scheint sinnvoll, spätere Berechnungen in einer Höhe von 1 km zu beginnen. Eine obere Grenze dieser Schicht in 8 km Höhe, wie in Dörnbrack et al. (2017), ist schon alleine wegen dem Beginn der Tropopause in etwa dieser Höhe sinnvoll. In dem Verlauf bleibt die Schwerewellenenergie in diesem Bereich (1 - 8 km), abgesehen von kleineren Schwankungen, nahezu konstant.

Oberhalb von der Tropopause steigt die Schwerewellenenergie an. Nachdem diese ein Maximum in einer ungefähren Höhe von 11 km angenommen hat fällt sie bis zu dem globalen Minimum in 18 km Höhe ab. In dem folgendem Bereich bleibt die Energie etwa auf dem selben Niveau, vergrößert sich nur leicht. Dies ändert sich bei etwa 20 km – 21 km, ab dieser Höhe scheint die Energiedichte linear mit der Höhe zu wachsen. Ein Maximum ist bei 30 km erkennbar. Berechnungen für höher liegende Bereiche der Atmosphäre sind aufgrund der Flughöhe der Ballons nicht möglich. Für den Vergleich werden die Energien daher wie bei Dörnbrack et al. (2017) in den Bereichen zwischen 12 - 20 km und 20 - 28 km, sowie in dem Bereich 1 - 8 km berechnet. Für eine möglichst fehlerfreie Berechnung der Schwerewellenenergien einer Schicht werden nur Daten von Radiosonden verwendet, welche diese auch komplett durchflogen haben. Dies ist vor allem in der mittleren Stratosphäre wichtig, da die Energien in diesem Bereich mit der Höhe ansteigen.

Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 dargestellt. Die drei bisher untersuchten Flüge sind hervorgehoben. Bei den Vergleichswerten handelt es sich einerseits um den Mittelwert der Energien für alle Flüge bis zum 25. Januar und andererseits um den Durchschnitt der vier Flüge vom Vortag, dem 28. Januar. Die Energien der anderen Flüge vom 29. Januar sind ebenfalls notiert, sowie der Mittelwert von diesem Tag.

Bereich	Troposphäre 1 – 8 km		untere Stratosphäre $12 - 20 \text{ km}$		mittlere Stratosphäre 20 – 28 km	
Flug	$E_{kin}$ / (J/kg)	$E_{pot}$ / (J/kg)	$E_{kin}$ / (J/kg)	$E_{pot}$ / (J/kg)	$E_{kin}$ / (J/kg)	$E_{pot}$ / (J/kg)
29-1	2.9	4.0				
29-2	2.6	2.6	8.0	4.4		
29-2x	11.2	5.7	7.4	4.3	8.8	5.1
29-3	8.6	18.7	7.6	3.8	24.8	10.5
29-4	3.4	14.6	4.7	2.4		
29-5	10.0	4.2	18.0	3.1	31.0	21.0
bis 25.01.	5.6	2.9	7.1	2.3	6.7	2.8
28.01.	8.8	5.5	6.4	2.0		
29.01.	6.5	8.3	9.1	3.6	21.5	12.2

Tabelle 4.2.: Spezifische Energien in ausgewählten Bereichen der Atmosphäre

Am 28. Januar hatte keiner der Sonden eine Höhe von 25 km erreicht, weshalb kein zuverlässiger Wert für die Energien in der mittleren Stratosphäre berechnet werden konnte.

In der mittleren Stratosphäre vergrößert sich die Schwerewellenenergie im Verlauf des 29. Januars. Die kinetische Energie hat sich an diesem Tag mehr als verdreifacht, während die potentielle Energie um das vierfache angestiegen ist. Da die Energien mit den Amplituden von Wind- und Temperaturfluktuationen (Formeln (2.12) und (2.13)) zusammenhängen, konnte ein Anstieg der Schwerewellenenergien vermutet werden. Für die Troposphäre und die untere Stratosphäre lagen mehr Daten von diesem Tag vor. In diesen beiden Schichten konnte aber kein eindeutiger Trend bei den Energien festgestellt werden. Im Vergleich zu anderen Tagen ist sowohl die kinetische als auch die potentielle Schwerewellenenergie in der mittleren Atmosphäre an diesem Tag deutlich größer. Dies ist ein weiteres Indiz für die erhöhte Schwerewellenaktivität am 29. Januar. Auch in der unteren Stratosphäre ist eine erhöhte Aktivität der Schwerewellen am 29. Januar zu erkennen, obwohl ein Tag zuvor eine unterdurchschnittliche Schwerewellenaktivität in dieser Schicht registriert worden ist. In der Troposphäre variieren die Energien der Schwerewellen am 29. Januar relativ stark. Im Durchschnitt sind diese aber Höher als die Schwerewellenenergien im Zeitraum vom 15.-25. Januar. Verglichen mit den Durchschnittswerten vom Vortag steigt die potentielle Energie weiter an. Andererseits fällt die kinetische Energie in dieser Schicht ab.

### 4.3. Wettersituation

Am 29. Januar 2016 wurde in den ECMWF-Daten für die potentielle Vortizität (PV) eine starke Richtungsänderung einer Isolinie entdeckt. Diese befindet sich am frühen Morgen über Großbritannien und wandert im Laufe des Tages weiter Richtung Osten. In Abbildung 4.7 sind die PV-Werte aus den ECMWF-Daten für eine Druckfläche von 170.5 hPa für Teile der Nordhemisphäre dargestellt. Entlang einer PV-Isolinie findet eine horizontale Strömung der Luft statt, was teilweise durch Pfeile dargestellt worden ist. Zudem ist in dieser Abbildung eine Rossby-Welle in den PV-Daten zu erkennen, die ein Minimum über den britischen Inseln besitzt. Durch geostrophische Anpassung kommt es in diesem Bereich zur Abstrahlung von Schwerewellen. Diese werden sich in nordöstlichen Richtung ausbreiten.



Abbildung 4.7.: Potentielle Vortizität (PV) und horizontale Strömung (Pfeile) aus ECMWF-Analysen vom 29.01.2016 bei einer Druckfläche von 170.5 hPa (Darstellung: G. Baumgarten, private Mitteilung)

Es sei erwähnt, dass die starke Richtungsänderung der PV-Isolinie über den britischen Inseln in den zur Verfügung stehenden Daten lediglich in diesem Höhenbereich ( $\sim 13 \text{ km}$ ) erkennbar ist. Aufgrund der Auflösung werden in anderen Bereichen über Großbritannien zum Teil keine Werte für die potentielle Vortizität dargestellt.

In Abbildung 4.8 ist die vertikale Windgeschwindigkeit am 29. Januar zu erkennen. Auch diese Daten sind durch ECMWF-Analyseverfahren erstellt worden.

Die durchschnittliche Höhe in dieser Abbildung ist in etwa 29.8 km. Wie bereits in den vorherigen Abschnitten erkannt worden ist, befindet sich in diesem Bereich die größte Schwerewellenaktivität. Man erkennt in dieser Karte wellenähnliche Strukturen, auch über Skandinavien. Hier ändert sich die vertikale Windgeschwindigkeit periodisch. Deren Quelle scheint sich über Großbritannien zu befinden, da dort die Amplitude und der Wind allgemein größer wird. Die Wellen von dieser Quelle breiten sich vor allem in Richtung Nordost aus. Aus den Daten über der potentiellen Vortizität (Abbildung 4.7) war ersichtlich, dass sich eine mögliche Quelle für Schwerewellen an dieser Stelle befindet. Diese Quelle wurde in einer Höhe von etwa 13 km erfasst, und damit unterhalb des Höhenbereiches, in dem die Schwerewellen detektiert werden konnten ( $\sim 30$  km). Durch die begrenzte Auflösung der PV-Karte in dem oberen Höhenbereich

 $(\sim 30 \text{ km})$  konnte nicht festgestellt werden, ob es in diesem Bereich ebenfalls zu einer Richtungsänderung der PV-Isolinie über den britischen Inseln kommt. Sollte es diese Änderung der potentiellen Vortizität nur in der unteren Stratosphäre geben, so können die gefundenen Schwerewellen in den größeren Höhenbereichen durch eine Propagation der Wellen von der unteren Stratosphäre bis in diesen Bereich erklärt werden. Die horizontale Wellenlänge, die der Abbildung 4.8 entnommen werden kann, beträgt etwa 250 km. Laut Fritts and Alexander (2003) ist die horizontale Wellenlänge etwa 10-100 mal größer als die vertikale Wellenlänge, welche aus den Daten der Radiosonden berechnet wird. Die detektierten vertikalen Wellenlängen liegen damit in diesem Bereich (Vergleich Tabelle 4.1).



Abbildung 4.8.: vertikale Windgeschwindigkeit (farbig) und horizontale Strömung (Pfeile) am 29.01.2016 um 12:00 Uhr (UTC) bei einer Druckfläche von 12.2 hPa (Darstellung: G. Baumgarten, private Mitteilung)

### 4.4. Interpretation und Schlussfolgerungen

Am Auffälligsten sind in der gesamten Kampagne die besonders großen Amplituden am 29.01.2016 gewesen. Diese sind bereits in den Rohdaten der Flüge erkennbar, ein Anstieg dieser Amplituden mit der Zeit ist zu erahnen. Stützen lässt sich dies durch die Vergrößerung der kinetischen und potentiellen Schwerewellenenergie in der mittleren Stratosphäre (20 - 28 km) im Verlauf dieses Tages. Die durchschnittliche Schwerewellenenergie vom 29. Januar ist in den berechneten Bereichen der Atmosphäre größer als die durchschnittlichen Werte in dem Zeitraum vom 15.-25. Januar und zumeist größer als die Energien vom Vortag. In Kiruna (230 km östlich von Andenes) wurde durch Dörnbrack et al. (2017) ebenfalls ein Anstieg der Schwerewellenaktivität aber um den 30. Januar 2016 erkannt.

Weiter zeigt sich aus dem Verlauf der Gesamtschwerewellenenergiedichte in der Atmosphäre zunächst eine Dämpfung der Schwerewellen bis zur Tropopause. Danach steigt die Energie mit der Höhe leicht an, die Schwerewellen können sich halbwegs ungestört ausbreiten. In einem Bereich von ca. 11 - 20 km findet eine erneute Dämpfung der Schwerewellen statt. Oberhalb von 20 km steigt die Schwerewellenenergie erneut an, die Schwerewellen breiten sich in diesem Bereich also nahezu ungedämpft aus.

Die drei Hodographen der untersuchten Wellenpakete haben ähnliche Ursprungsrichtungen (Südwest bzw. Nordost), was auf eine gemeinsame Quelle hindeutet. Die erhöhte vertikale Windgeschwindigkeit über Großbritannien, erkennbar in Abbildung 4.8, legt den Schluss nahe, dass die Schwerewelle dort ihren Ursprung hat. Die wahrscheinlichste Quelle ist eine starke Richtungsänderung des mittleren horizontalen Windes, was man an der Krümmung der PV-Isolinie erkennen kann. Diese befindet sich ebenfalls über Großbritannien und ist im Bereich der unteren Stratosphäre besonders gut zu erkennen (Abb. 4.7). Dieses Gebiet liegt südwestlich von Andenes. Zudem lässt sich aus der Drehrichtung der Hodographen auf eine nach oben propagierende Schwerewelle schließen, was eine Quelle in Höhenbereichen der Troposphäre beziehungsweise der unteren Stratosphäre zur Folge hätte. Dies trifft auf die hier beschriebene mögliche Quelle zu.

In den Hodographen zeigt sich eine leichte Schwankung der Lage der Ellipsen. Diese wird durch eine ebenfalls schwankende Ausbreitungsrichtung der Schwerewelle hervorgerufen. Es zeigte sich aus den ECMWF-Daten ein Bewegen der vermuteten Quelle in Richtung Osten. Die Bewegung der Quelle ist in den Hodographen nicht zu erkennen, da sich die Ausbreitungsrichtung nicht stetig mit der Quelle ändert. Die Änderung scheint eher zufällig. Als Erklärung kann dafür aber eine Schwankung in dem Hintergrundwind dienen, wodurch die Schwerewelle in eine leicht andere Richtung abgelenkt wird. Wie schon in Tabelle 4.1 zu sehen war, ändert sich der Wind mit der Zeit. Diese Änderung der Windgeschwindigkeiten über Andenes allein scheinen aber nicht die Ausbreitungsrichtung der Schwerewelle maßgeblich zu beeinflussen. Da die Welle möglicherweise ihren Ursprung über Großbritannien (1600 km) hat, muss die Änderung der Windgeschwindigkeit in dem Gebiet zwischen Quelle und dem Ort der Detektion berücksichtigt werden. Für eine genaue Untersuchung standen nicht genügend Daten zur Verfügung.

Neben der Schwankung der Ausbreitungsrichtung ist eine Vergrößerung der vertikalen Wellenlänge mit der Zeit zu erkennen. Wie in Tabelle 4.1 dargestellt, sieht man neben den Anstieg der Wellenlänge auch ein stetigen Anstieg des meridionalen Windes mit der Zeit. Gleichzeitig sinkt die Windgeschwindigkeit in zonaler Richtung. Wenn, wie oben vermutet, die Richtungsänderung des mittleren Horizontalwindes über Großbritannien als Quelle angenommen wird, so liegt Andenes zunächst nordöstlich von dieser Quelle. Diese bewegt sich weiter Richtung Osten, wodurch sie sich mehr in meridionaler Richtung ausbreiten würde, wenn sie in Andenes detektiert wird. Da sich die Windgeschwindigkeit in diese Richtung vergrößert, würde auch die detektierte Wellenlänge ansteigen. Der Grund dafür ist die Bewegung der Radiosonde mit der Welle. Bei einem starken Hintergrundwind bewegt sich die Sonde quasi mit der Welle mit. Die scheinbare Wellenlänge vergrößert sich mit der Windgeschwindigkeit infolge des Doppler-Effektes. Die Wellenlänge der Schwerewelle bleibt damit konstant, der scheinbare Anstieg der Wellenlänge liegt nur im Messprinzip begründet. Die Vergrößerung dieser ist sowohl in den Wind- als auch in den Temperaturdaten vorhanden. Die Wellenlängen in Temperatur- sowie Winddaten sind in den einzelnen Flügen ähnlich.

Die Schwerewelle, welche am 29. Januar 2016 über Andenes mit Radiosonden detektiert wurde, hat ihre Quelle damit höchstwahrscheinlich über Großbritannien in der unteren Stratosphäre. Diese Welle hat sich in höhere Schichten der Atmosphäre ausgebreitet, wo sie schließlich detektiert worden ist. Die vertikale Wellenlänge liegt im Bereich von einigen Kilometern ( $\lambda_z \approx 3 - 5 \text{ km}$ ) und steigt scheinbar an, wie auch der Hintergrundwind in meridionaler Richtung. Gleichzeitig sieht man in der Karte des vertikalen Windes aus den ECMWF-Analysen (Abb. 4.8) eine Trägheitsschwerewelle mit einer Wellenlänge von  $\lambda_h \approx 250 \text{ km}$  mit Ursprung über Großbritannien. Bei Trägheitsschwerewellen ist das Verhältnis von horizontaler zu vertikaler Wellenlänge  $\frac{\lambda_h}{\lambda z} \approx 100$ . Das bedeutet, dass es sich bei der Welle in den ECMWF-Daten wahrscheinlich um die Welle handelt, die von den Radiosonden aufgezeichnet wurde.

## Kapitel 5.

## Schwerewellen am 28. Januar

Nachdem die für diese Kampagne außergewöhnlich starke Schwerewelle am 29. Januar untersucht worden ist, konnte ein weiterer interessanter Fall in den Daten vom Vortag entdeckt werden. Es zeigen sich jeweils zwei Wellen in den Flügen mit einer Wellenlänge von je 2 km ober- und unterhalb eines Tropopausenjets.

#### 5.1. Datensatz

Am 28. Januar wurden vier Radiosonden in Andenes gestartet. In Tabelle 5.1 sind die Startzeiten sowie die maximal erreichte Höhe der Radiosonden von diesem Tag aufgelistet. Die Startzeiten liegen etwa 3 Stunden auseinander, die erreichten Höhen schwanken zwischen ca. 13 und 24 km.

In den Daten findet sich ein Jet in der Tropopausenregion, welcher mit der Zeit schwächer wird. Dieser ist hauptsächlich in dem meridionalen Wind zu erkennen (siehe Abbildung 5.1).

Flug	Startzeit	$h/{ m m}$
28-2	13:15 UTC	24394
28-3	16:01 UTC	23135
28-4	18:53 UTC	20177
28-5	22:07 UTC	13312

Tabelle 5.1.: Startzeit und erreichte Höhe *h* der Flüge vom 28. Januar 2016



Abbildung 5.1.: Rohdaten der Sonden vom 28. Januar. Bei der Temperatur ist ein Offset von 4 K/h einbezogen. Bei den Winddaten ist dieser Offset 8 (m/s)/h.

### 5.2. Ergebnisse der Analyse

Eine Waveletanalyse deutet unter anderem auf Schwerewellen unter- und oberhalb des Tropopausenjets hin. Zu erkennen ist dies vor allem in den Winddaten des Fluges 2016-01-28-3, der eine Startzeit von 16:01 UTC besaß (Abb. 5.2). Die beiden Wellenpakete haben eine ähnliche Wellenlänge von  $\lambda \approx 2$  km. Das eine Wellenpaket befindet sich in einer Höhe von etwa 4 km und das oberhalb des Jets bei etwa 20 km. Der Jet selber liegt zu dieser Zeit bei einer Höhe von 7.5 km (meridionale Richtung). In der Wavelettransformation verursacht der Jet einen Peak bei ca. 8 km Wellenlänge mit einem Maximum bei 15 km, da der Abfall und folgende Wiederanstieg der Windgeschwindigkeit in meridionaler Richtung oberhalb dieses Jets einer Schwingung ähnlich ist. In der Wavelettransformation der Temperaturdaten dieses Fluges sind ebenfalls zwei Wellenpakete mit einer ähnlichen Wellenlänge erkennbar. Das obere Maximum befindet sich ebenfalls in einer Höhe von 20 km, das Untere liegt allerdings bei 10 km. In der gleichen Höhe wie die untere Welle wird das Abknicken der Temperatur um die Tropopause abgebildet, wodurch dieser Peak beeinflusst werden könnte.

Eine Hodographenanalyse der beiden Wellenpakete deutet auf eine Ausbreitungsrichtung der beiden Wellen nach Westen beziehungsweise Osten hin (Abb. 5.3). Dabei ist die Drehrichtung des Hodographens des oberen Wellenpaketes mathematisch negativ, während der Hodograph des unteren sich in mathematisch positiver Richtung dreht. Dies lässt auf eine Ausbreitung der oberen Schwerewelle in größere Höhen schließen, während die untere Welle weiter Richtung Erdoberfläche propagiert. Die Waveletko-



Abbildung 5.2.: Wavelettransformation der Winddaten von Flug 28-3

effizienten der beiden Wellenpakete als Maß für die Amplitude der Schwerewelle sind annähernd gleich, aber deutlich kleiner als die Peaks vom 29. Januar.

In den Wavelettransformationen der Winddaten von den Flügen 28-2 und 28-4 können diese Wellenpakete ebenfalls erkannt werden, aber nicht so deutlich wie in dem anderen. Wavelettransformationen und Hodographen für diese Fälle befinden sich im Anhang. Bei Flug 28-2, drei Stunden vor Flug 28-3, konnte ein Wellenpaket in einer geringeren Höhe ( $\approx 1.5 \text{ km}$ ) als in dem folgenden Flug detektiert werden. Der Hodograph dieses Wellenpaketes besitzt eine mathematisch positive Drehrichtung, was auf eine nach unten propagierende Schwerewelle hindeutet. Eine horizontale Ausbreitung nach Ost oder West ist am wahrscheinlichsten. Die Lage des Hodographen deutet dies an. Das obere Wellenpaket scheint sich in die selbe horizontale Richtung zu bewegen wie das Untere, während es sich im Gegensatz zum Unteren aber weiter nach oben bewegt. Beide Wellen haben eine Wellenlänge von etwa  $\lambda \approx 2.5 \text{ km}$ , leicht größer als in Flug 28-3. In der Transformation der Temperaturdaten ist nur das obere Wellenpaket



Abbildung 5.3.: Hodographen der beiden Wellenpakete aus Flug 28-3 vom 28. Januar. Der verwendete Butterworth-Filter besitzt in beiden Fällen die Grenzwellenlängen bei 1 km und 3 km. links: unteres Wellenpaket (h = 3 - 6 km), rechts: oberes Wellenpaket (h = 16.5 - 18 km)

eindeutig zu erkennen. Ein kleines Maximum befindet sich an der gleichen Position wie das untere Maximum in den Winddaten, dieses wird allerdings von der Struktur um die Tropopause überlagert. Die Wellenlänge der oberen Welle ist größer als in den Winddaten ( $\lambda \approx 3.5$  km). In beiden Fällen ist es aber in einer Höhe von 20 km zu finden, genauso wie in Flug 28-3.

In Flug 28-4 ist der untere Peak mit einem weiteren, kleineren Peak überlagert. Der Waveletkoeffizient für dieses Paket ist größer als der des auch hier erkennbaren oberen Wellenpaketes. Die Wellenlängen sind gleich und haben einen Wert von  $\lambda = 2$  km. Die obere Schwerewelle wird allerdings im Vergleich zu dem vorherigen Flug schwächer. Die Lage der beiden Hodographen deutet in diesem Flug auf eine Ausbreitung der Schwerewellen in Richtung Nordwest oder Südost hin. Im Gegensatz zu den zwei vorherigen Flügen haben beide Hodographen die gleiche Drehrichtung, mathematisch negativ. Die Wellen scheinen beide nach oben zu propagieren. Das untere Wellenpaket befindet sich in einer ähnlichen Höhe wie in Flug 28-2, das Obere liegt bei etwa 18 km, die Sonde hat hier auch nur eine Höhe von 20 km erreicht. In den Temperaturdaten befinden sich Peaks in einer ähnlichen Höhe. Die Wellenlängen sind allerdings etwas größer ( $\approx 2.5$  km).

Die letzte gestartete Sonde von diesem Tag hat lediglich eine Höhe von etwas mehr als 13 km erreicht. In diesem Flug konnten die Wellenpakete nicht mehr identifiziert werden.



Abbildung 5.4.: horizontale Windgeschwindigkeit (farbig) und Strömung (Pfeile) am 28. Januar 2016 in einer durchschnittlichen Höhe von 10 km (Darstellung: G. Baumgarten, private Mitteilung)

### 5.3. Auswertung und Schlussfolgerungen

In den Winddaten der ersten beiden Flügen des 28. Januars (Startzeit 13:15 UTC bzw. 16:01 UTC) wurden jeweils zwei Schwerewellen und ein Tropopausenjet erkannt. Die Schwerewellen haben alle eine Wellenlänge von  $\lambda \approx 2$  km und scheinen aus westlicher oder östlicher Richtung zu stammen. Da eine Schwerewelle ober- und eine weitere unterhalb des Jets detektiert worden ist, könnte man vermuten, dass dieser Jet die Quelle der Wellen ist. Die selbe Lage der Hodographen und damit verbunden, die gleiche Ausbreitungsrichtung der Schwerewellen, stützt diese Theorie. Gleichzeitig scheinen die beiden Wellen unterhalb des Tropopausenjets weiter nach unten zu propagieren und die zwei oberhalb von diesem bewegen sich weiter nach oben (Drehrichtung der Hodographen). In den ECMWF-Daten (Abb. 5.4) erkennt man südwestlich von Andenes eine Scherung im Jet, die eine mögliche Quelle für diese Schwerewellen ist. Zweifel an der Theorie einer gemeinsamen Quelle kommen aber durch den Vergleich der Amplituden von oberem und unterem Wellenpaket auf. Diese sind in beiden Flügen gleichgroß. Aufgrund des exponentiellen Anwachsens der Amplituden mit der Höhe sollte die Amplitude der oberen Welle deutlich größer sein als die der unteren Welle.

Wahrscheinlicher ist daher, dass untere und obere Welle eine unterschiedliche Quelle besitzen. Dadurch kann ein Anstieg der Amplitude des unteren Wellenpaketes in Flug 28-4 und ein gleichzeitiger Abfall der Amplitude der oberen Welle erklärt werden. Die größere Amplitude der unteren Welle verglichen mit der der Oberen schließt zudem eine gemeinsame Quelle der beiden Peaks in diesem Flug aus. Diese zwei Wellen scheinen verglichen mit den anderen Flügen eher aus Nordwest oder Südost zu stammen als aus West beziehungsweise Ost. Zusätzlich propagieren sie beide nach oben.

Durch die ähnliche Lage der oberen Wellenpakete, handelt es sich bei diesen wahrscheinlich um ein und die selbe Schwerewelle. Dafür spricht die ähnliche Höhenlage sowie deren Wellenlängen von etwa 2 km, die nur in den Temperaturdaten teilweise etwas größer sind. Diese drei Wellenpakete propagieren nach oben. Die Ausbreitungsrichtung ist bei den ersten beiden Flügen von diesem Tag entweder West oder Ost, im dritten Flug scheint die Welle eher aus Nordwest oder Südost zu kommen. Die Änderung der Ausbreitungsrichtung kann entweder durch eine Bewegung der Quellen oder durch eine Veränderung des Hintergrundwindes zwischen der Quelle und Andenes hervorgerufen werden. Die lokale Änderung des Windes direkt über Andenes allein kann diese Veränderung der Ausbreitungsrichtung nicht erklären. Eine weiterführende Analyse des Windfeldes westlich und östlich von Andenes würde weitere Hinweise auf die Quelle der Schwerewellen liefern, konnte im Rahmen dieser Arbeit aber nicht mehr durchgeführt werden.

Ob es sich bei den unteren Wellenpaketen immer um die gleiche Schwerewelle handelt, kann ebenfalls nicht so eindeutig bewiesen werden. Die Höhe der Detektion dieser Wellenpakete schwankt zum Beispiel mit der Zeit. In dem ersten und dem dritten Flug dieses Tages wurde die Welle in einer Höhe von etwa 1.5 km, im zweiten Flug (28-3) allerdings bei 4 km in den Winddaten detektiert. Durch eine Bewegung der Quelle auf Andenes zu oder von Andenes weg könnte dies erklärt werden. Im Vergleich zu den Winddaten befindet sich das Wellenpaket in zwei von drei Flügen (28-2 und 4) in dem Temperaturverlauf an einer ähnlichen Stelle. In dem Flug 28-3 wurde ein Wellenpaket in einer Höhe von 10 km entdeckt, welches mit der unteren Welle in den Winddaten zusammenhängen könnte. Weiter ist die vertikale Ausbreitungsrichtung bei der Welle aus 28-4 nach oben und die Horizontale entweder Nordwest oder Südost, während aber in den anderen Flügen die Ausbreitungsrichtungen nach West oder Ost sowie nach unten sind.

Für eindeutigere Ergebnisse sind weitere, umfangreichere Analysemethoden sowie besser aufgelöste Wetterkarten notwendig.

## Kapitel 6.

## Zusammenfassung der Ergebnisse

In dieser Arbeit wurden Schwerewellen über Andenes während der METROSI-Kampagne im Januar 2016 untersucht. Die Daten wurden aus Radiosonden erhalten. Aus den Wind- sowie den Temperaturdaten konnten eine Waveletanalyse und darauf aufbauend eine Hodographenanalyse sowie eine Untersuchung der kinetischen und potentiellen Schwerewellenenergie durchgeführt werden. Für den 29. Januar wurde ein vertikaler Verlauf der Schwerewellenenergie berechnet. Es zeigte sich eine annähernd konstante Gesamtenergie im Bereich der Troposphäre (1 – 8 km). Oberhalb der Tropopause zeigte sich zunächst ein leichter Abfall der Energie mit der Höhe und danach ein leichter Anstieg. Im Mittel fällt die Energie der Schwerewellen im Bereich der unteren Stratosphäre von 12 – 20 km aber nur wenig. In der mittleren Stratosphäre von 20 - 28 km konnte ein annähernd linearer Anstieg erkannt werden. Aufbauend auf diesen Ergebnissen wurden die kinetischen und potentiellen Schwerewellenenergien in diesen Schichten für die einzelnen Flüge berechnet. Es zeigte sich, dass vor allem die Energien in der mittleren Stratosphäre am 29. Januar besonders groß waren.

In der Untersuchung für die Flüge vom 29. Januar zeigte sich eine Schwerewelle in den Radiosondendaten mit einer vertikalen Wellenlänge von etwa 3 - 5 km. Diese vergrößerte sich mit der Zeit, genauso wie die Windgeschwindigkeit. Die Wellenlänge wurde also durch den Dopplereffekt scheinbar vergrößert. Aus der Hodographenanalyse ergab sich eine Ausbreitung der Schwerewelle nach oben und in südwestlicher Richtung. Die ECMWF-Analysen zeigen eine Schwerewellenquelle in Folge von geostrophischer Anpassung im Gebiet über Großbritannien. Diese ist wahrscheinlich die Quelle der Schwerewelle, die in den Radiosondendaten erkannt worden ist.

Außerdem konnten am 28. Januar Schwerewellen beobachtet werden. Nähere Untersuchungen haben Wellenpakete in etwa 20 km Höhe mit einer Wellenlänge von etwa

2 km in drei Flügen gezeigt. Diese Wellen propagieren nach oben und in Richtung Ost oder West. Als mögliche Quelle kann ein Jet in der Tropopause vermutet werden, diese Vermutung kann aber Aufgrund der Auflösung der zur Verfügung stehenden ECMWF-Daten nicht eindeutig belegt oder widerlegt werden.

Unterhalb der Tropopause konnten an diesem Tag in den drei Flügen weitere Schwerewellen erkannt werden. Ob diese Wellen miteinander verknüpft sind, kann durch die zur Verfügung stehenden Mittel nicht eindeutig belegt werden und bedarf weiterer Untersuchungen.

## Anhang A.

# Wavelettransformationen und Hodographen

### A.1. Ergänzungen zum 29. Januar 2016



Abbildung A.1.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-29-2x, links: Wind, rechts: Temperatur



Abbildung A.2.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-29-3, links: Wind, rechts: Temperatur



Abbildung A.3.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-29-5, links: Wind, rechts: Temperatur



### A.2. Ergänzungen zum 28. Januar 2016

Abbildung A.4.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-28-2, links: Wind, rechts: Temperatur



Abbildung A.5.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-28-3, links: Wind, rechts: Temperatur



Abbildung A.6.: Wavelettransformationen von Flug 2016-01-28-4, links: Wind, rechts: Temperatur



Abbildung A.7.: Hodographen von Flug 2016-01-28-2, links: unteres Wellenpaket, rechts: oberes Wellenpaket



Abbildung A.8.: Hodographen von Flug 2016-01-28-4, links: unteres Wellenpaket, rechts: oberes Wellenpaket

### Literaturverzeichnis

- Dörnbrack, A., Gisinger, S., Kaifler, N., Portele, T., Gerding, M., Söder, J., Schneider, A., Priester, M., Žagar, N., and Jelić, D. (in work 2017). Gravity waves excited during a minor sudden stratospheric warming.
- Fitzgibbon, A., Pilu, M., and Fisher, R. B. (1999). Direct least square fitting of ellipses. *IEEE TRANSACTIONS OF PATTERN ANALYSIS AND MACHINE INTELLIGENCE*, 21(5):476–480.
- Fritts, D. C. and Alexander, M. J. (2003). Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. *Reviews of Geophysics*, 41(1). 1003.
- Häckel, H. (2016). Meteorologie. UTB GmbH, 8th edition.
- Kraus, H. (2004). Die Atmosphäre der Erde. Springer-Verlag GmbH, 3rd edition.
- Kumar, P. and Foufoula-Georgiou, E. (1997). Wavelet analysis for geophysical applications. *Reviews of Geophysics*, 35(4):385–412.
- Lewis, H. W. (2009). A robust method for tropopause altitude identification using gps radio occultation data. *Geophysical Research Letters*, 36(12). L12808.
- Lindzen, R. S. and Holton, J. R. (1968). A theory of the quasi-biennial oscillation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 25(6):1095–1107.
- Malberg, H. (2007). *Meteorologie und Klimatologie*. Springer-Verlag GmbH, 5th edition.
- Manney, G. L. and Lawrence, Z. D. (2016). The major stratospheric final warming in 2016: dispersal of vortex air and termination of arctic chemical ozone loss. *Atmospheric Chemistry and Physics*, 16(23):15371–15396.
- Nappo, C. J. (2012). *An Introduction to Atmospheric Gravity Waves*. Elsevier Science Publishing Co Inc, 2nd edition.

- Picone, J. M., Hedin, A. E., Drob, D. P., and Aikin, A. C. (2002). NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparison and scientific issues. *Journal of Geophysical Research*, 107(A12).
- Salby, M. L. (2012). *Physics of the Atmosphere and Climate*. Cambridge University Press, 2nd edition.
- Schöllhammer, K. (2002). *Klimatologie von Schwerewellenaktivität in den mittleren Breiten*. PhD thesis, Freie Universität Berlin.
- von Cossart, G., Hoffmann, P., von Zahn, U., Keckhut, P., and Hauchecorne, A. (1996). Mid-latitude noctilucent cloud observations by lidar. *Geophysical Research Letters*, 23(21):2919–2922.
- Wang, L. and Geller, M. A. (2003). Morphology of gravity-wave energy as observed from 4 years (1998–2001) of high vertical resolution u.s. radiosonde data. *Journal* of Geophysical Research: Atmospheres, 108(D16). 4489.
- World Meteorological Organization (2016). Observation components of the global observing system. http://www.wmo.int/pages/prog/www/OSY/Gos-components.html. Zugriff: 31.07.2017.
- Zink, F. and Vincent, R. A. (2001). Wavelet analysis of stratospheric gravity wave packets over macquarie island: 1. wave parameters. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 106(D10):10275–10288.

### Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt und ohne fremde Hilfe verfasst habe, keine außer den von mir angegebenen Hilfsmitteln und Quellen dazu verwendet habe und die den benutzten Werken inhaltlich und wörtlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Rostock, den 11. August 2017