LEIBNIZ-INSTITUT FÜR ATMOSPHÄREN PHYSIK IAP

INAUGURAL-DISSERTATION

am Leibniz-Institut für Atmosphärenphysik in Kühlungsborn
zur Erlangung der Doktorwürde
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Rostock

Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität – Die Zweitagewelle in der unteren Mesosphäre

von
Sophie Schröder

Abstract: The generation of the two-day wave is investigated on a stability process with the linearized primitive equations. The stability calculations found on the latitudinal dependent zonal-mean zonal wind which was taken from the UMKO-reanalyses for time periods of observed two-day waves. This makes that only inertial instability and barotropic instability are taken into account. The investigations for the summerly southern hemisphere give westward propagating waves m=3, 4 with a 2-day period and e-folding time up to 2.5 days. These waves belong to a new mode class which is found only when the conditions for both instabilities are fulfilled, and then the short e-folding times result which are not possible at pure barotropic instability.

Sensitivity studies on the zonal wind show a strong dependence of the wave period and e-folding time on the inertial stability parameter and on the meridional extension of the region with negative vorticity gradient. This might also explain why the two-day wave occurs as bursts. There are distinct differences in the e-folding times of wavenumbers m=3 and 4 which are determined by the Lamb-parameter.

The influence of longitudinally varying wind on the mixing of barotropic and inertial instability in general, and on the two-day wave in special are investigated. A spectral model has been developed to extend the investigations to wind profiles which are also dependent on longitude. The instability calculations yield localized waves with an amplitude modulation in the longitude. The longitudinal dependence of the wind leads to an increase of the growth rate in comparison to the zonal-mean wind results. For strong longitudinal wind variations the calculations yield local modes which are comparable with observations of mesospheric pancake structures.

Postal address:
Schloss-Str. 6
18225 Kühlungsborn
Germany

IAP Kühlungsborn
Mai 2003
IAP Nr. 05/2003
ISSN 1615–8083

LEIBNIZ-INSTITUT
FÜR
ATMOSPHÄREN
PHYSIK
IAP

Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität – Die Zweitagewelle in der unteren Mesosphäre

von
Sophie Schröder

Dieser Forschungsbericht wurde als Dissertation von der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Rostock
angenommen.

Gutachter:	Prof. Dr. G. Schmitz (Universität Rostock)
	Prof. Dr. W. Metz (Universität Leipzig)
	Prof. Dr. K. Fraedrich (Universität Hamburg)
verteidigt am:	23. Mai 2003

Wo Gott nicht segnet, da hilft keine Arbeit.
Wo er nicht behütet, da hilft keine Sorge.

Martin Luther

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

a	Erdradius
$a_1 \ldots a_6$	Amplitudenkoeffizienten
A	Amplitude der Wellen des Anfangszustandes
b	Kanalbreite
c	Phasengeschwindigkeit
c_p	Wärmekapazität bei konstantem Druck
c_v	Wärmekapazität bei konstantem Volumen
D	Divergenz
$f = 2\Omega \sin\varphi$	Coriolis-Term
g	Erdbeschleunigung
G	vertikale Strukturfunktion
h_{eq}	Äquivalenthöhe
H	Skalenhöhe
$\mathcal{H}$	Hüllkurve
k	vertikale Wellenzahl
m	zonale Wellenzahl
m^*	maximale zonale Wellenzahl
m_0	zonale Wellenzahl des Grundwindes
m_0^*	maximale zonale Wellenzahl des Grundwindes
n	totale Wellenzahl
N	Brunt-Väisälä-Frequenz
N_T	Wellenzahl des triangulären Abbruchs
p	Druck
$\dot{q}$	Wärmeeintrag
Q	Amplitudenverhältnis
R	allgemeine Gaskonstante
S_I	Stabilitätsparameter
t	Zeit
$\mathbf{T}$	tridiagonale Matrix
u	zonaler Wind
$\bar{u}$	konstanter zonaler Grundwind
U_0	zonaler Grundwind
v	meridionaler Wind
V_0	meridionaler Grundwind
w	vertikaler Wind
x	Abstand zum Nullmeridian
X	nicht näher spezifizierte Zustandsgröße
y	Abstand zum Äquator

$Y_{m\,n}$	Kugelflächenfunktionen
z	Höhe über der Erdoberfläche
ϵ	Lamb-Parameter
ϵ^*	dimensionsloser Lamb-Parameter
ζ	Vorticity
λ	geographische Länge
Λ_z	vertikale Wellenlänge
ρ	Dichte
σ	dimensionsloser komplexer Eigenwert
τ_A	Anwachszeit
τ_P	Periode
φ	geographische Breite
Φ	Geopotential
ψ	Amplitude des längenabhängigen Grundwindes
Ψ	Stromfunktion
ω	komplexer Eigenwert
Ω	Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation

Abkürzungen

D93	[Dunkerton, 1993]
ECMWF	European Centre for Medium Range Weather Forecasts
GCM	Allgemeines Zirkulationsmodell (General Circulation Model)
H98	[Hayashi et al., 1998]
HRDI	High-Resolution Doppler Imager
LIMS	Limb Infrared Monitor of the Stratosphere
UARS	Upper Atmosphere Research Satellite
UKMO	United Kingdom Meteorological Office
WS98	[Winter & Schmitz, 1998]

1 Einleitung

1.1 Die Atmosphäre

Die Sonnenstrahlung treibt alle atmosphärischen Prozesse an. Durch die unterschiedliche Einstrahlung wird in den Tropen Wärme zugeführt und in den Polargebieten Wärme entzogen. Man kann die Atmosphäre als eine große Wärmemaschine betrachten, die durch Luftströmungen diese Temperaturunterschiede zwischen den Tropen und den Polargebieten auszugleichen bestrebt ist. Bei einer ruhenden Erde würde die erwärmte Luft in den Tropen aufsteigen und in den Polargebieten abgekühlt wieder niedersinken und in tieferen Luftschichten in die Tropen zurückströmen. Durch die Erdrotation wird die Zirkulation komplizierter. Die Wärmezufuhr in den Tropen und der Wärmeverlust in den Polargebieten können wegen der Rotation nicht von einer einfachen Nord-Süd-Strömung ausgeglichen werden. Der Wind wird abgelenkt und strömt nahezu parallel zu den Linien gleichen Drucks. In der Atmosphäre treten örtlich sehr starke horizontale Temperaturgradienten auf. Dadurch entstehen hohe Windgeschwindigkeiten, die in Extremformen Strahlströme genannt werden. Das sind starke Strömungen von einigen 1000 km Länge, einigen 100 km Breite und einigen Kilometern Höhe, die in eine Atmosphärenschicht mit schwächerer Strömung eingebettet sind. Die Windscherung an den Flanken dieser Strahlströme (engl. jetstreams) erreicht in der Horizontalen eine Größenordnung von 5 m/s pro 100 km und in der Vertikalen bis 5 - 10 m/s pro km [Liljequist, 1974].

In Abbildung 1.1 ist die Verteilung der Temperatur und des zonalen Windes in der Standardatmosphäre CIRA86 für den Monat Januar dargestellt. Aus der Temperaturverteilung mit der Höhe sind drei Atmosphärenschichten erkennbar. Sie werden abgegrenzt durch die Tropopause (Temperaturminimum) und die Stratopause (Temperaturmaximum). In der oberen Troposphäre, direkt unterhalb der Tropopause kann man in der Darstellung des zonalen Windes die troposphärischen Strahlströme sehen. Die troposphärischen Strahlströme sind auf beiden Hemisphären Westwinde mit 20 m/s bis 40 m/s Windgeschwindigkeit. Ein anderes Paar starker Strahlströme erstreckt sich von der Stratosphäre in die Mesosphäre. Die Windgeschwindig-

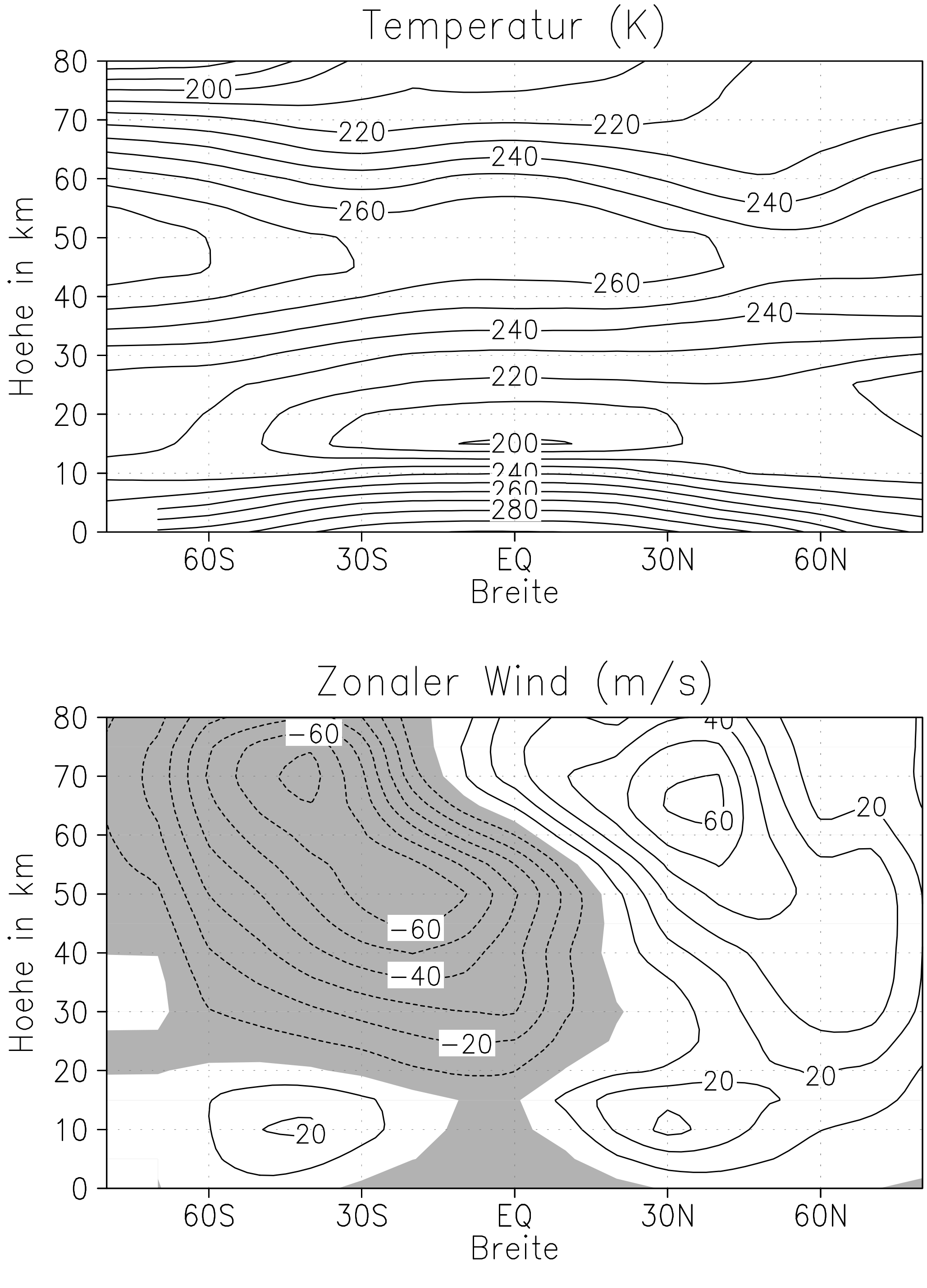

Abbildung 1.1: *Standardatmosphäre CIRA86. Die Abbildung zeigt die typische Verteilung der Temperatur (K) und des zonalen Windes (m/s) im Januar, in Abhängigkeit von der Breite und Höhe.*

keit ist dort mit etwa 70 m/s etwa doppelt so groß wie in den troposphärischen Strahlströmen. Vor allem sind der nördliche und südliche Strahlstrom in der unteren Mesosphäre entgegengesetzt gerichtet, auf der Winterhemisphäre nach Osten und auf der Sommerhemisphäre nach Westen. Das bewirkt im Unterschied zur Troposphäre eine starke Windscherung in den Tropen und kann damit Trägheitsinstabilität hervorrufen. Aber auch in der Troposphäre tritt durch die unsymmetrische Lage der Strahlströme zum Äquator eine leichte Windscherung am Äquator auf. Durch die Windscherung an den Strahlströmen können neben der Trägheitinstabilität auch noch andere Instabilitäten auftreten. Starke Veränderung des Windgradienten kann zu barotroper Instabilität und barokliner Instabilität führen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit instabilen Wellen, die speziell durch das Vorhandensein von Trägheitsinstabilität und von barotroper Instabilität an den äquatorseitigen Flanken der Strahlströme entstehen. Solche Wellen sind von [Winter & Schmitz, 1998] schon für längenunabhängigen Grundwind an den troposphärischen Strahlströmen betrachtet worden. In dieser Arbeit wird das Problem erstmals für längenabhängigen Grundwind behandelt. Die Untersuchungen werden auf die Strahlströme in der unteren Mesosphäre ausgedehnt.

Die Arbeit ist in acht Kapitel gegliedert. Das zweite Kapitel gibt einen Überblick über den Stand der Forschung und umreißt die Ziele der Arbeit. Das dritte Kapitel beschäftigt sich mit der mathematischen Formulierung des untersuchten Instabilitätsproblems und mit den benutzten Lösungsverfahren. In den Kapiteln vier bis sieben werden die Ergebnisse diskutiert. Das vierte Kapitel behandelt das längenabhängige Instabilitätsproblem in der Troposphäre. Das Stabilitätsproblem am Mesosphärenjet wird zunächst in Kapitel fünf längenunabhängig betrachtet. Es wird die Hypothese aufgestellt, daß ein dabei auftretender globaler Wellentyp mit der sogenannten Zweitagewelle in der tropischen Mesosphäre zu identifizieren ist. Diese Hypothese wird anhand von Fallbeispielen und Sensitivitätsuntersuchungen bekräftigt. Im sechsten Kapitel wird das Instabilitätsproblem für die untere Mesosphäre bei längenabhängigem Grundwind behandelt. Auftretende lokale Moden werden mit Beobachtungen verglichen. In Kapitel sieben werden die Ergebnisse dieser Arbeit mit den Ergebnissen anderer Autoren in einer Diskussion verglichen. Das letzte Kapitel faßt die Ergebnisse der Arbeit zusammen.

1.2 Hydrodynamische Instabilität

Ein schwingfähiges System ist gekennzeichnet durch seine Eigenschwingungen, das sind die sogenannten Normalmoden, mit denen ein System ohne Einwirkung äußerer Kräfte schwingen kann. Bei Musikinstrumenten entspricht dieses der Obertonreihe, die dem Instrument die Klangfarbe verleiht. Die Erde läßt sich vereinfacht als eine rotierende Kugel betrachten, auf der sich eine Gas- bzw. Flüssigkeitsschicht befindet. Die Eigenschwingungen dieses Systems hat [Longuet-Higgins, 1968] berechnet. Hierzu müssen die Eigenwerte der Schwingungsgleichung berechnet werden. Sie entsprechen den Schwingungsperioden. Zu jedem Eigenwert läßt sich eine Eigenfunktion berechnen, die die dazugehörige Schwingungsform beschreibt. Durch die Existenz eines zeitlich konstanten (oder langsam veränderlichen) Hintergrundwindes können diese Eigenwerte komplex werden [Salby, 1996]. Der Imaginärteil des Eigenwertes beschreibt dann, ob die Schwingung gedämpft ist oder anwächst. Wenn die Amplitude einer Schwingung oder Welle anwächst, nennt man sie *instabile Welle*. Die Energie für dieses, in der Regel exponentielle Wachstum entnimmt die instabile Welle in der Atmosphäre dem Grundzustand.

Es gibt zwei verschiedene Typen von hydrodynamischer Instabilität. Sie unterscheiden sich darin, wie die rücktreibende Kraft wirkt, wenn der Zustand der Atmosphäre eine Störung erfährt. Bei *Parcel Instability* ist die rücktreibende Kraft negativ. Ein aus seiner Ruhelage ausgelenktes Teilchenpaket wird dadurch von seiner Ruhelage weg beschleunigt. In einer hydrostatisch instabilen Atmosphärenschichtung ist dieses der Fall. Es entsteht Konvektion. Eine positive rücktreibende Kraft bedeutet aber nicht zwingend Stabilität. Ein ausgelenktes Teilchenpaket wird in Richtung seiner Ruhelage beschleunigt. Bewegt es sich dabei über seine Ruhelage hinaus, entsteht eine Schwingung. Man spricht von *Welleninstabilität*, wenn das Teilchenpaket bei jeder dieser Schwingungen weiter ausgelenkt wird, und die Amplitude der Welle damit stetig zunimmt.

Mechanismen, die bei entsprechend gestaltetem Grundwind instabile Wellen erzeugen können, sind z.B. Trägheitsinstabilität, barotrope Instabilität und barokline Instabilität.

1.2.1 Trägheitsinstabilität

Mit Trägheitsinstabilität bezeichnet man eine Störung des Gleichgewichts zwischen horizontaler Druckgradientenkraft und Corioliskraft. Während dies auf der Nord- oder Südhalbkugel zu Kreisbewegungen führt, ergeben sich am

Äquator durch die Vorzeichenumkehr bei der Corioliskraft Schwingungen um den Äquator.

Für eine Grundströmung U_0 im geostrophischen Gleichgewicht läßt sich nach [Salby, 1996] auf der äquatorialen β-Ebene einfach eine Bedingung für Trägheitsinstabilität herleiten, wenn die gestörten Größen u' und v' keine Druckstörung hervorrufen. Die horizontalen Bewegungsgleichungen sind dann

$$d_t u' - f v' = 0 \tag{1.1}$$

$$d_t v' + f(u' - U_0) = 0. \tag{1.2}$$

Differentiationen nach einer Variablen X werden abgekürzt durch einen Index am Differentiationsoperator dargestellt ($\partial_X \equiv \frac{\partial}{\partial X}$), wobei $d_t \equiv \partial_t + U_0 \partial_x + V_0 \partial_y$. Sei y_0 die Ausgangsposition des Teilchens und y' die Auslenkung. Mit $v = d_t y$ ergibt Gleichung 1.1

$$\begin{aligned} 0 = u'(y_0 + y') - U_0(y_0) - f y' &\approx u'(y_0) + \partial_y U_0 \, y' - U_0(y_0) - f y' \\ &= (u' - U_0)\Big|_{y_0} - (f - \partial_y U_0) y' d_t v' + f(u' - U_0). \end{aligned} \tag{1.3}$$

Durch Einsetzen von Gleichung 1.2 erhält man

$$d_t^2 y' + f(f - \partial_y U_0) y' = 0. \tag{1.4}$$

Die rückstellende Kraft in dieser Schwingungsgleichung wird durch den Term $f(f - \partial_y U_0)$ angegeben. Ist er negativ, liegt eine *Parcel Instability* vor und das durch den Grundwind bestimmte System ist trägheitsinstabil.

[Stevens, 1983] leitet für zonal symmetrischen Grundzustand eine notwendige Bedingung für Trägheitsstabilität her. Die Umkehrung dieser Bedingung ist demnach ein hinreichendes Kriterium für Trägheitsinstabilität

$$S_I := \left(f + \frac{2U_0 \tan\varphi}{a} \right) \cdot \left(f - \frac{1}{a\cos\varphi} \partial_\varphi (U_0 \cos\varphi) \right) < 0. \tag{1.5}$$

Außerhalb der Tropen haben beide Faktoren im Stabilitätsparameter S_I in der Regel das gleiche Vorzeichen, und der Zustand ist trägheitsstabil. In der Nähe des Äquators hingegen nimmt $f = 2\Omega \sin\varphi$ kleine Werte an. Dadurch ist die Bedingung für Trägheitsinstabilität dort durch nichtverschwindende Windscherung $\partial_\varphi U_0$ häufig erfüllt.

1.2.2 Barotrope Instabilität

Barotrope Instabilität und barokline Instabilität sind Welleninstabilitäten. Sie werden durch die Scherung des Grundwindes hervorgerufen. Entsteht die Instabilität durch horizontale Windscherung, nennt man sie *barotrope Instabilität*, entsteht die Instabilität durch vertikale Windscherung, so nennt man sie *barokline Instabilität*.

Führt man für das Geschwindigkeitsfeld einer Wellenstörung auf der β-Ebene eine Stromfunktion Ψ ein, läßt sich der Erhaltungssatz der Vorticity in linearisierter Form

$$(\partial_t + U_0\partial_x)(\partial_x^2 + \partial_y^2)\Psi + (\beta - d_y^2 U_0)\partial_x \Psi \tag{1.6}$$

schreiben (siehe z.B. [Pichler, 1997]). Der Lösungsansatz

$$\Psi = \Psi_0(y) e^{im(x-ct)} \tag{1.7}$$

führt zu einer Bestimmungsgleichung für Ψ_0

$$(U_0 - c)(d_y^2\Psi_0 - m^2\Psi_0) - \Psi_0(d_y^2 U_0 - \beta) = 0. \tag{1.8}$$

Führt man die Randbedingungen

$$\Psi_0(b) = \Psi_0(-b) = 0 \tag{1.9}$$

entsprechend einer „Kanalströmung" mit der endlichen Breite von $2b$ ein und integriert die, mit der konjugiert komplexen Stromfunktion Ψ_0^* multiplizierte Gleichung 1.8 über die gesamte Kanalbreite, kommt man zu

$$\int_{-b}^{b} dy(m^2|\Psi_0|^2) + |d_y\Psi_0|^2) = \int_{-b}^{b} dy \frac{(d_y^2 U_0 - \beta)|\Psi_0|^2}{U_0 - c}. \tag{1.10}$$

Diese Gleichung wird mit der konjugiert komplexen Größe $U_0 - c^*$ multipliziert. Für $\mathrm{Im}(c) \neq 0$ folgt

$$\int_{-b}^{b} dy \frac{(d_y^2 U_0 - \beta)|\Psi_0|^2}{|U_0 - c|^2} = 0. \tag{1.11}$$

Damit dieses Integral verschwinden kann, muß der Integrand auf dem Intervall $[-b, b]$ mindestens einmal das Vorzeichen wechseln. Daraus ergibt sich als notwendige Bedingung für barotrope Instabilität

$$(d_y^2 U_0 - \beta) = 0 \quad \text{für mindestens ein} \quad y_0 \in [-b, b]. \tag{1.12}$$

Mit der absoluten Vorticity des Grundstromes $\zeta_0 = f - d_y U_0$ vereinfacht sich das Kriterium zu

$$d_y \zeta_0 \Big|_{y_0} = 0. \tag{1.13}$$

Das Instabilitätskriterium wurde von [Kuo, 1948] hergeleitet.

Da bei den in dieser Arbeit betrachteten Windprofilen der Vorticitygradient in der Regel positiv ist, ist für das Verschwinden des Integrals in Gleichung 1.11 eine Umkehr des Vorticitygradienten zu negativen Werten erforderlich. Das Kriterium für barotrope Instabilität läßt sich daher für die Beurteilung der Grundwindprofile dahingehend vereinfachen, daß barotrope Instabilität nur dort auftreten kann, wo der Vorticitygradient negativ wird.

2 Stand der Forschung

2.1 Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität

Untersuchungen auf der äquatorialen β-Ebene bei [Boyd & Christidis, 1982] zeigen, daß instabile Kelvinwellen von trägheitsinstabilen linearen Grundwindprofilen erzeugt werden. Für starke Windscherung werden gemischte Kelvin-Trägheitsschwerewellen gefunden, die sich für schwache Scherung in die beiden Einzelwellen aufspalten.

[O'Sullivan & Hitchman, 1992] untersuchen mit einem mechanistischen Modell der mittleren Atmosphäre die Wechselwirkungen zwischen Trägheitsinstabilität und Rossby-Wellenbrechen. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß sowohl die Trägheitsinstabilität das Brechen der Rossbywellen beeinflußt, als auch Rossbywellen die Verteilung der potentiellen Vorticity verändern und damit Einfluß auf die Trägheitsinstabilität haben. Dies bringen sie in Verbindung mit den sogenannten „Pfannkuchenstrukturen", die in der subtropischen Mesosphäre nur in Verbindung mit sowohl Trägheitsinstabilität als auch Rossbywellen beobachtet wurden.

[Dunkerton, 1990] untersucht die Lösungen der verallgemeinerten Laplaceschen Gezeitengleichung auf der äquatorialen β-Ebene für breitenabhängige Grundwindprofile. Er findet hierbei für divergenzbehaftete barotrop instabile Wellen eine Aufspaltung in einen schwach divergenzbehafteten und einen stark divergenzbehafteten Zweig. Die horizontale Struktur der schwach divergenten Rossbywellen nimmt fast die gesamte jeweilige Hemisphäre ein, während die stark divergenten Moden auf die Subtropen beschränkt sind. Die Rossbywellen des stark divergenten Zweiges haben weit höhere Anwachsraten als die des schwach divergenten Zweiges, und außerdem besitzen sie ein tropisches Nebenmaximum mit einer Struktur, die Kelvinwellen ähnlich ist.

Ob hier möglicherweise eine Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität vorliegen kann, wird weiter von [Winter & Schmitz, 1998] (im folgenden abgekürzt durch WS98) untersucht. WS98 benutzen für ihre Stabilitätsuntersuchungen eine extrem hohe meridionale Auflösung und rechnen anders als in den oben erwähnten Veröffentlichungen nicht auf der β-Ebene sondern auf der Kugeloberfläche. Untersucht werden zunächst wie bei [Dunkerton, 1990] idealisierte tanh-Grundwindprofile. Das Ziel ist, den Einfluß der Trägheitsinstabilität auf barotrope Wellen zu untersuchen, was [Dunkerton, 1990] vernachlässigt hatte, und der Nachweis von instabilen Kelvinwellen.

WS98 führen ihre Eigenwertanalysen für rein barotrop instabile, rein trägheitsinstabile und für sowohl barotrop als auch trägheitsinstabile Grundwindprofile durch. Für einen Grundstrom, der sowohl barotrop instabil als auch trägheitsinstabil ist, finden WS98 gekoppelte barotrop-trägheitsinstabile Moden, im folgenden *gbt-Moden* genannt (Abbildung 2.1). Der von [Dunkerton, 1990] beobachtete kelvinwellenähnliche Fortsatz der Moden wird bei hoher Divergenzbehaftung der Moden dominant, und die Anwachsraten steigern sich bis auf (1,5 Tage)$^{-1}$.

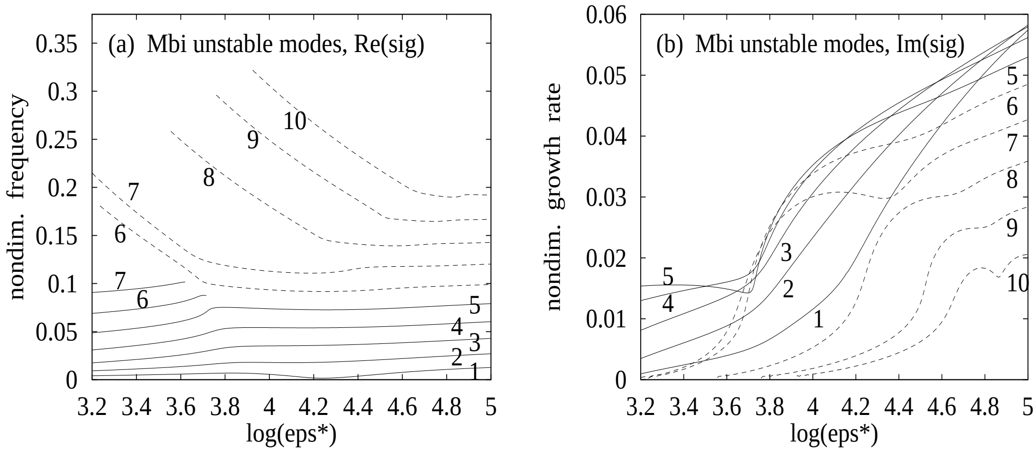

Abbildung 2.1: *Eigenwertkurven der gbt-Moden [Winter & Schmitz, 1998]. Die durchgezogenen Moden sind barotrop instabilen Ursprungs, die gestrichelten trägheitsinstabilen Ursprungs. Auf dem linken Bild ist gut zu sehen, wie die Moden ab einem bestimmten* $\log \epsilon^*$ *ihre Eigenschaften ändern und zu einer gemeinsamen gbt-Modenklasse werden.*

Diese gbt-Moden sind durch folgende Eigenschaften gekennzeichnet:

- Die Anwachsrate nimmt bei Erhöhung des Lamb-Parameters ϵ stark zu.
- Die Periode ist von ϵ nahezu unabhängig.
- Die Moden haben eine Doppelstruktur mit einem Maximum am Äquator und einem Nebenmaximum in den Subtropen.

- Die Klasse der gbt-Moden setzt sich aus Wellenstörungen zusammen, die ursprünglich aus verschiedenen Modenklassen stammen.

Weitergehend untersuchen WS98 neben ihren idealisierten Grundströmen auch zwei aus ECMWF-Daten gewonnene Grundwindprofile auf dem 200 mb Druckniveau. Gleichzeitige, ausreichend starke barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität ist aber im zonalen Monatsmittel selten zu finden. In einem untersuchten Windprofil vom August 1985, für das ECMWF-Winddaten zwischen 80°W und 90°W gemittelt wurden, gelingt der Nachweis von gbt-Moden. Da die gekoppelte Instabilität in der Troposphäre nicht im zonalen Monatsmittel vorliegt, empfehlen WS98 eine Untersuchung für longitudinal variablen Grundwind, die sie jedoch selbst nicht vornehmen.

2.2 Äquatoriale Wellen bei längenabhängigem Grundwind

Die Auswirkungen von längenabhängigem Grundwind auf trägheitsinstabile Wellen werden in [Dunkerton, 1993] (im folgenden abgekürzt durch D93) untersucht. Das semispektrale Modell auf der β-Ebene liefert für unterschiedliche Grundströme teils lokale, teils globale Moden. Durch Variation der Amplitude des $\cos(x)$-abhängigen Grundwindanteils von 0 bis 100% wird deren Einfluß auf die Modenstruktur untersucht. Häufig werden dabei lokale Moden instabiler als globale, wenn die längenabhängige Amplitude groß genug wird. Die Abhängigkeit der absoluten Anwachsrate lokaler Moden von der dopplerverschobenen Frequenz wird durch Addition eines konstanten Grundstroms veranschaulicht. Die Welle wächst am schnellsten, wenn sie quasistationär wird. Die maximale Amplitude tritt innerhalb oder stromab des Instabilitätsgebietes auf. Trägheitsinstabilität verursacht in der mittleren Atmosphäre eine horizontale Umverteilung von potentieller Vorticity. Rossbywellen breiten sich lateral aus und dissipieren. Es kommt zu vertikaler Vermischung.

Die WKB-Analyse von [Clark & Haynes, 1996] kommt zu gleichen Ergebnissen wie D93. Sie ergibt außerdem, daß die Anwachsrate der Wellen auf längenabhängigem Grundwind maximal die Anwachsrate erreicht, die man im entsprechenden Fall ohne Längenabhängigkeit erreicht.

Gekoppelte Instabilitäten wurden bisher bei längenabhängigem Hintergrundwind nicht untersucht.

2.3 Mesosphärische Pfannkuchenstrukturen

Eine typische mesosphärische, lokale Wellenstörung, die bisher noch wenig erforscht ist, sind die sogenannten „Pancake“- oder „Pfannkuchen“-Strukturen. Mesosphärische Pfannkuchenstrukturen sind nach [Hitchman et al., 1987] gekennzeichnet durch

- lokales und stationäres Auftreten über 1 bis 2 Wochen
- fehlende Phasenneigung bezüglich der Höhe
- 2 bis 3 vertikal gestapelte Temperaturmaxima
- vertikale Wellenlänge um 14 km.

Als Ursache für die „Pfannkuchen“-Strukturen führen [Hitchman et al., 1987] Trägheitsinstabilität an. Die Untersuchung dieser Wellenereignisse in LIMS-Daten führt zu zwei Bedingungen für ihre Entwicklung: Trägheitsinstabilität im zonalen Mittel und Ausbreitung von Rossbywellen (m=1 und 2) aus der Winterhemisphäre in die äquatoriale Mesosphäre.

Die mesosphärischen Pfannkuchenstrukturen werden von [Hayashi et al., 1998] (im folgenden abgekürzt durch H98) weiter untersucht. Die Pfannkuchenstrukturen sind lokale Wellen, zu denen vermutlich alle Wellenzahlen von 1 bis 6 beitragen. Sie sind nahezu stationär, wenn auch einige Komponenten langsam ostwärts wandern. Das Auftreten der Pfannkuchenstrukturen ist beschränkt auf einige Wochen nach den Solstitien. Durch Hochpaßfilterung der planetaren Wellenaktivität in den mittleren Breiten gelingt es H98 zu zeigen, daß die äquatorialen Pfannkuchenstrukturen einen Gegenpart mit umgekehrter Phase in den mittleren Breiten der Winterhemisphäre haben. Abb. 2.2 zeigt eine schematische Darstellung der Zusammenhänge. Die Pfannkuchenstrukturen erscheinen als in vertikaler Richtung dünne, geschichtete Strukturen, eingebettet in trägheitsinstabile Gebiete, die östlich einer durch das Brechen von planetaren Wellen entstandenen Zunge hoher potentieller Vorticity liegt. H98 erwähnen jedoch auch die in WS98 behandelte gekoppelte Instabilität als möglichen Entstehungsmechanismus für die Pfannkuchenstrukturen.

2.4 Die äquatoriale Zweitagewelle

Eine Zweitagewelle in der oberen Stratosphäre und in der Mesosphäre wurde zuerst in Meteor-Radarmessungen in mittleren Breiten ent-

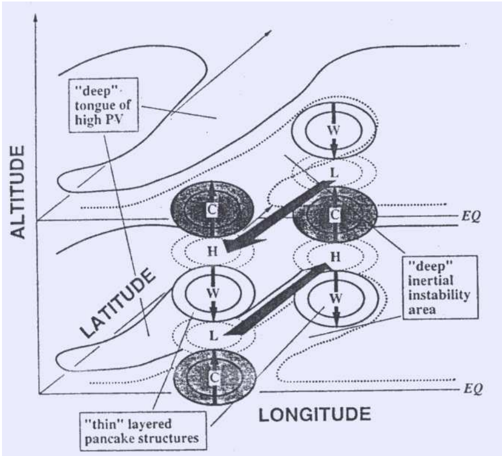

Abbildung 2.2: *Zusammenhang zwischen Pfannkuchenstrukturen, Trägheitsinstabilität und planetaren Wellen in der Nordhemisphäre nach [Hayashi et al., 1998].*

deckt [Müller, 1972]. Verbundmessungen mehrerer Radarstationen [Müller & Nelson, 1978] ergaben die zonale Wellenzahl 3. Die ersten Satellitenmessungen der Zweitagewelle [Rodgers & Prata, 1981] gaben weiteren Aufschluß. In einer Höhe um 60 km wurden westumlaufende Wellen mit den zonalen Wellenzahlen 3 (Periode 2,0 Tage) und 4 (Periode 1,7 Tage) gefunden. Die Wellenstruktur der Zweitagewelle ist stark asymmetrisch mit einem Amplitudenmaximum in den tropischen Breiten der Sommerhemisphäre [Rodgers & Prata, 1981]. [Plumb, 1983] gibt eine gute Übersicht über die ersten Beobachtungen der Zweitagewelle.

[Limpasuvan & Leovy, 1995] berichten über zwei spezielle Wellenereignisse im Januar 1992 mit der Periode 2,1 Tage für die Wellenzahl 3. Das Wellenmaximum liegt bei 12°S.

[Wu et al., 1996] untersuchen das Wellenspektrum bei 20°S während des Zweitagewellen-Ereignisses im Januar 1993 und finden eine Wellenzahl 3 mit Periodendauer von 48 Stunden. Die vergleichbaren Daten für Juni-Juli 1993 ergeben eine Wellenzahl 3 mit 50-stündiger Periode und eine Wellenzahl 4 von vergleichbarer Amplitude mit einer Periodendauer von 45 Stunden.

In [Norton & Thuburn, 1996] wird die Beobachtung einer schwachen Zweitagewelle auch mit der Wellenzahl 5 erwähnt.

Ein möglicher Hinweis auf Wellentypen mit den Wellenzahlen 1 und 2, die zu den Zweitagewellen gehören könnten, findet sich in [Randel & Gille, 1991]. Bei der Untersuchung der Kelvinwellen-Varianz in der oberen Stratosphäre werden neben der stark halbjährlich modulierten Kelvinwellenaktivität (SAO) auch westwärts umlaufende Wellenzahlen 1 und 2 gefunden, die aber nicht weiter diskutiert werden. Sie treten nach der Sonnenwende im 0,5 mb-Druckniveau auf und haben Periodendauern zwischen 5 und 15 Tagen. Sie werden durch Wellenaktivität aus der Winterhemisphäre angeregt und haben keine Kelvin-typische Wellenstruktur.

Eine im Zusammenhang mit der Zweitagewelle auftretende Wellenzahl 1 mit einer Periode von etwa 7 Tagen wird neben der bekannten Wellenzahl 3 auch von [Orsolini et al., 1997] dokumentiert.

Das Auftreten der Zweitagewelle in Form von umlaufenden Wellenpaketen wird in [Lieberman, 1999] dokumentiert. Hierzu wurde ein Wellenereignis vom Januar 1994 aus Satellitendaten (HRDI) untersucht, wenngleich die Wellenflüsse in den Jahren 1993 und 1995 um das zwei- bis dreifache stärker waren als 1994. Es wurde ein Wellenpaket nachgewiesen, das aus den Wellenzahlen 2, 3 und 4 bestand. Die Perioden der Wellenstörungen lagen bei 3,5 Tagen, 2,1 Tagen bzw. 1,7 Tagen.

Eine umfassende Analyse der UARS-Daten für die Zweitagewellen-Ereignisse in mehreren Jahren nehmen [Limpasuvan et al., 2000a] vor. Die Untersuchung ergibt für die Zweitagewelle eine vertikale Wellenlänge von 5 bis 14 km und eine Dauer von 7 bis 14 Tagen. Die Periode der Wellenzahl 3 liegt bei 2,0 Tagen, die der Wellenzahl 4 bei 1,8 Tagen. Die Zweitagewellen-Varianz ist begrenzt auf eine Periode von zwei Monaten nach der Sonnenwende. Im Nordwinter liegt das Zentrum der Zweitagewellen-Varianz zwischen dem Äquator und 20°S, im Nordsommer zwischen 15° und 35°N. Hierbei werden jedoch jeweils die mittleren Breiten der Winterhemisphäre nicht von der UARS-Messung abgedeckt. Es gibt somit keinen Aufschluß über das eventuelle Vorhandensein eines Gegenparts wie bei H98. In zwei der untersuchten Nordwinter ist die Wellenzahl 3 dominant, in einem die Wellenzahl 4. Im Nordsommer wird nur die Wellenzahl 4 beobachtet.

Es ist noch nicht geklärt, welcher Mechanismus für die Entstehung der Zweitagewelle verantwortlich ist. Verschiedene Theorien sehen den Ursprung der Zweitagewelle in der baroklinen Instabilität [Simmons, 1977], [Plumb, 1983], [Wu et al., 1996], [Norton & Thuburn, 1996], in der barotropen Instabilität [Limpasuvan & Leovy, 1995], [Limpasuvan et al., 2000a], im Zusammenwirken von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität [Orsolini et al., 1997], [Limpasuvan et al., 2000b] oder in einem Normalmode der Rossby-Schwerewellen [Wu et al., 1996], [Norton & Thuburn, 1997], [Salby & Callaghan, 2001].

2.5 Ziele dieser Arbeit

Bis heute sind gbt-Moden nur für längenunabhängigen Grundwind bei troposphärischen Bedingungen berechnet worden. Barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität treten in der Troposphäre jedoch gemeinsam nur lokal begrenzt auf. Andere Verhältnisse herrschen in der unteren Mesosphäre. An der äquatorseitigen Flanke des Mesosphärenjets kommen barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität auch im zonalen Mittel gemeinsam vor.

Eine Zielstellung dieser Arbeit ist der Nachweis lokaler gbt-Moden. Hierzu wird ein spektrales Flachwasser-Modell entwickelt. Das Modell führt eine zeitliche Integration der linearisierten primitiven Gleichungen durch. Über einem longitudinal und meridional veränderlichen Hintergrundwind lassen sich die am schnellsten wachsenden Schwingungsmoden für dieses Grundwindszenario beobachten. Es wird auf diese Weise untersucht, ob bei längenabhängigem Hintergrundwind vergleichbare gbt-Moden wie bei WS98 auftreten. Die Amplitude der längenabhängigen Grundwindkomponente wird variiert. Auf diese Weise wird gezeigt, wie sich die Moden des längenunabhängigen Falles durch die Längenabhängigkeit des Grundstromes verändern.

Eine weitere Zielstellung dieser Arbeit ist der Nachweis von gbt-Moden am Mesosphärenjet. Durch die Ausdehnung des Mesosphärenjets über den Äquator hinweg treten hier barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität auch im zonalen Mittel gemeinsam auf. Aus diesem Grund ist die untere Mesosphäre bei der Untersuchung von gbt-Moden besonders interessant, denn dort wird das Auftreten auch von globalen gbt-Moden möglich. Es werden Stabilitätsanalysen für mesosphärischen Hintergrundwind durchgeführt, und die berechneten instabilen Moden werden mit beobachteten Wellenphänomenen verglichen. Die Zweitagewelle wird in eine instabile Modenklasse eingeordnet, die für zonal gemittelten Grundwind berechnet wird. Dieses wird anhand von Fallbeispielen belegt. Das Instabilitätsproblem wird für Grundwindprofile solcher Perioden gelöst, in denen die Zweitagewelle beobachtet worden ist.

Es werden Sensitivitätsuntersuchungen durchgeführt, um zu klären, welche Bedeutung die verschiedenen Instabilitätsmechanismen für instabile gbt-Moden wie die Zweitagewelle haben. Anhand der vorher untersuchten Fallbeispiele wird dazu ein analytisches Grundwindprofil konstruiert. Es wird ermittelt, welche Eigenschaften des Hintergrundwindes und welche Instabilitätsmechanismen für die Entwicklung instabiler Zweitagewellen von Bedeutung sind.

Die beobachteten Windfelder in der Mesosphäre haben eine ausgeprägte

Längenabhängigkeit und es ist die Aufgabe, diese Abhängigkeit für die Entwicklung von Moden im einzelnen zu bestimmen. Es soll eine Ordnung der Moden in globale und lokale Strukturen erreicht werden. Es wird gezeigt, daß sich durch die Hinzunahme realistischer längenabhängiger Grundwindkomponenten sowohl Wellenpakete als auch lokale Pfannkuchenstrukturen entwickeln können. Für eine Periode, in der eine Pfannkuchenstruktur aufgetreten ist, wird der Grundwind konstruiert und die Übereinstimmung der in der Modellrechnung entstehenden instabilen Struktur mit Beobachtungen wird gezeigt.

3 Das Instabilitätsproblem

In diesem Kapitel werden die Methoden zur Lösung des Instabilitätsproblems beschrieben. Zunächst werden die Grundgleichungen hergeleitet und die Bedeutung des darin auftretenden Lamb-Parameters erläutert. Danach wird das Verfahren für die Lösung des längenunabhängigen Instabilitätsproblems beschrieben. Für die Lösung des Instabilitätsproblems mit längenabhängigem Grundwind wird eine andere Methode benutzt, die in den weiteren Abschnitten vorgestellt wird.

3.1 Herleitung der Grundgleichungen

Zur mathematischen Beschreibung der Bewegungen der Atmosphäre sind die sogenannten primitiven Gleichungen das allgemein gebräuchliche Mittel. Mit logarithmischer Druckkoordinate in der Vertikalen lassen sich die primitiven Gleichungen nach [Holton, 1975] in der Form

für die Impulsgleichungen

$$\partial_t u + \frac{u}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u + \frac{v}{a}\partial_\varphi u + w\partial_z u - \frac{uv\tan\varphi}{a} + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda \Phi - fv = 0 \tag{3.1}$$

$$\partial_t v + \frac{u}{a\cos\varphi}\partial_\lambda v + \frac{v}{a}\partial_\varphi v + w\partial_z v + \frac{u^2\tan\varphi}{a} + \frac{1}{a}\partial_\varphi \Phi + fu = 0 \tag{3.2}$$

für die Energiegleichung

$$\left(\partial_t + \frac{u}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{v}{a}\partial_\varphi\right)\partial_z\Phi + N^2 w = -\frac{R\dot{q}}{c_p H} \tag{3.3}$$

und für die Kontinuitätsgleichung

$$\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v\cos\varphi) + \frac{1}{\rho_0}\partial_z(\rho_0 w) = 0 \tag{3.4}$$

schreiben. Hierin bezeichnen λ, φ, z und t Länge, Breite, Höhe und Zeit. u, v und w stellen die zonale, meridionale und vertikale Geschwindigkeitskomponente dar. Φ steht für das Geopotential. N ist die Brunt-Väisälä Frequenz, H die Skalenhöhe, $\dot{q}$ die Erwärmungsrate, ρ_0 die hydrostatische Dichte und a der Erdradius. $f = 2\Omega \sin\varphi$ ist der Coriolis-Parameter, wobei Ω die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation bezeichnet. Reibung wird vernachlässigt. Differentiationen nach einer Variablen X werden abgekürzt durch einen Index am Differentiationsoperator dargestellt ($\partial_X \equiv \frac{\partial}{\partial X}$). Aus der hydrostatischen Gleichung für den Druck p

$$\partial_z p = -\rho g \tag{3.5}$$

ergibt sich mit $p = p_s \exp(-z/H)$ bei konstantem H

$$\partial_z \rho_0 = -\frac{1}{H}\rho_0. \tag{3.6}$$

Um die vertikale Geschwindigkeit zu eliminieren, wird Gleichung 3.4 nach w aufgelöst. Auf Gleichung 3.3 wird $\frac{1}{\rho_0}\partial_z \frac{\rho_0}{N^2}$ angewandt und der Ausdruck für w darin eingesetzt. Damit werden die Energiegleichung und die Kontinuitätsgleichung zusammengefaßt zu

$$\begin{aligned}\left(\partial_t + \frac{u}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{v}{a}\partial_\varphi\right)\left[\frac{1}{\rho_0}\partial_z\left(\frac{\rho_0}{N^2}\partial_z\Phi\right)\right] - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u \\ - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v\cos\varphi) = -\frac{1}{\rho_0}\partial_z\left(\frac{\rho_0}{N^2}\frac{R\dot{q}}{c_p H}\right)\end{aligned} \tag{3.7}$$

Zur Behandlung linearer Wellen werden die Gleichungen um einen barotropen, divergenzfreien und isothermen Grundzustand linearisiert. Es wird für u, v und Φ ein Ansatz in der Form

$$X(\lambda, \varphi, z, t) = X_0(\lambda, \varphi) + X'(\lambda, \varphi, z, t) \tag{3.8}$$

gemacht, wobei X_0 für die Größen des Grundzustandes und X' für die dem Grundwind überlagerten Störungen steht. Damit werden die Gleichungen für die gestörten Größen zu

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right) u' - \left(f - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi)\right) v'$$
$$+\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\Phi' + \left(\frac{V_0}{a}\partial_\varphi - \frac{V_0\tan\varphi}{a} + \frac{\partial_\lambda U_0}{a\cos\varphi}\right) u' = 0 \tag{3.9}$$

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right) v' + \left(f + \frac{2U_0\tan\varphi}{a}\right) u' + \frac{1}{a}\partial_\varphi\Phi'$$
$$+\left(\frac{V_0}{a}\partial_\varphi + \frac{\partial_\varphi V_0}{a}\right) v' + \frac{\partial_\lambda V_0}{a\cos\varphi}u' = 0 \tag{3.10}$$

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{V_0}{a}\partial_\varphi\right) \left[\frac{1}{\rho_0}\partial_z\left(\frac{\rho_0}{N^2}\partial_z\Phi'\right)\right]$$
$$-\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u' - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v'\cos\varphi) = 0. \tag{3.11}$$

Eine weitere Vereinfachung der Gleichungen 3.9 bis 3.11 stellt die Separation der z-Koordinate dar. Der Ansatz

$$X'(\lambda,\varphi,z,t) = X_\epsilon(\lambda,\varphi,t)\cdot G(z) \tag{3.12}$$

enthält die vertikale Strukturfunktion $G(z)$, in die die gesamte Höhenabhängigkeit eingeht. Aus Gleichung 3.11 ergibt sich damit die vertikale Strukturgleichung, für die $G(z)$ eine Lösung sein muß

$$\frac{1}{\rho_0}\partial_z\left(\frac{\rho_0}{N^2}\partial_z G\right) = -\epsilon G(z). \tag{3.13}$$

Die Separationskonstante ϵ ist in der Literatur unter dem Namen Lamb-Parameter bekannt. Nach der Separation der z-Koordinate ergeben sich die barotropen Flachwassergleichungen

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)u_\epsilon - \left(f - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi)\right)v_\epsilon + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\Phi_\epsilon$$
$$+\left(\frac{V_0}{a}\partial_\varphi - \frac{V_0\tan\varphi}{a} + \frac{\partial_\lambda U_0}{a\cos\varphi}\right)u_\epsilon = 0 \quad (3.14)$$
$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)v_\epsilon + \left(f + \frac{2U_0\tan\varphi}{a}\right)u_\epsilon + \frac{1}{a}\partial_\varphi\Phi_\epsilon$$
$$+\left(\frac{V_0}{a}\partial_\varphi + \frac{\partial_\varphi V_0}{a}\right)v_\epsilon + \frac{\partial_\lambda V_0}{a\cos\varphi}u_\epsilon = 0 \quad (3.15)$$
$$-\epsilon\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{V_0}{a}\partial_\varphi\right)\Phi_\epsilon$$
$$-\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u_\epsilon - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v_\epsilon\cos\varphi) = 0. \quad (3.16)$$

Diese Gleichungen beschreiben horizontale Wellen in einer barotropen Gas- oder Flüssigkeitsschicht auf der Oberfläche einer rotierenden Kugel. Die Höhenabhängigkeit der Wellen wird durch den Lamb-Parameter ϵ erfaßt. Der Grundwind U_0, V_0 ist in einer barotropen Flüssigkeit von der Höhe unabhängig.

3.2 Bedeutung der Separationskonstante ϵ (Lamb-Parameter)

Der Lamb-Parameter ϵ ist ein Maß für die Divergenzbehaftung der Welle. Dies wird klar, ordnet man Gleichung 3.16 um zu

$$-\epsilon\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{V_0}{a}\partial_\varphi\right)\Phi_\epsilon =$$
$$\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u_\epsilon + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v_\epsilon\cos\varphi) = \nabla\cdot\begin{pmatrix}u\\v\end{pmatrix}_\epsilon . \quad (3.17)$$

Setzt man $\epsilon = 0$, so verschwindet die horizontale Divergenz des Geschwindikeitsfeldes. Je größer ϵ, desto stärker divergenzbehaftet ist die Wellenstörung. Was diese Divergenzbehaftung der Wellenstörung bedeutet, läßt sich an der vertikalen Strukturfunktion $G(z)$ veranschaulichen. Die einfachste Möglichkeit, die vertikale Strukturgleichung 3.13 zu lösen, stellt ein Wellenansatz in der Form

$$G(z) = \exp\left(ikz + \frac{z}{2H}\right) \quad (3.18)$$

dar. Wird dieser in Gleichung 3.13 eingesetzt, erhält man für die Beziehung zwischen der vertikalen Wellenzahl k und dem Lamb-Parameter ϵ

$$\epsilon = \frac{1}{N^2}\left(k^2 + \frac{1}{4H^2}\right). \tag{3.19}$$

Damit läßt sich auch die vertikale Wellenlänge Λ_z berechnen

$$\Lambda_z = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\sqrt{N^2\epsilon - \frac{1}{4H^2}}}. \tag{3.20}$$

$\log\epsilon^*$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
$\log\epsilon$	-4,3	-3,3	-2,3	-1,3	-0,3
h_{eq}	2,2 km	0,22 km	22 m	2,2 m	0,22 m
Λ_z	52 km	14 km	4,3 km	1,4 km	0,43 km

Tabelle 3.1: Entsprechungen zwischen Lamb-Parameter ϵ, äquivalenter Höhe h_{eq} und vertikaler Wellenlänge Λ_z. Angegeben ist auch der dimensionslose Lamb-Parameter $\epsilon^* = (2\Omega a)^2\epsilon$, der für die Auswertung der Ergebnisse benutzt wird. Zur Berechnung der vertikalen Wellenlänge wurde eine Skalenhöhe von $H = 6$ km angenommen.

Die Brunt-Väisälä-Frequenz läßt sich nach [Pichler, 1997] als Funktion der Skalenhöhe angeben

$$N^2 = \frac{g}{H}\left(1 - \frac{c_v}{c_p}\right), \tag{3.21}$$

wobei $c_p/c_v \approx 1,4$. Die Skalenhöhe ergibt sich aus Gleichung 3.6 mit der idealen Gasgleichung zu

$$H = \frac{RT}{g}. \tag{3.22}$$

Bei einer Temperatur von ca. 260 K in Stratopausenhöhe ergibt sich eine Skalenhöhe von $H \approx 6 \cdot 10^3$ m, und damit wird $N \approx 2 \cdot 10^{-2}$ s^{-1}.

Häufig wird der Lamb-Parameter ϵ auch durch die äquivalente Höhe h_{eq} ausgedrückt. h_{eq} bezeichnet die Dicke einer barotropen Gas- oder Flüssigkeitsschicht auf einer rotierenden Kugel.

$$h_{eq} = \frac{1}{g\epsilon} \tag{3.23}$$

3.3 Das Instabilitätsproblem ohne Längenabhängigkeit

Im Falle einer parallelen, zonal unveränderlichen Hintergrundströmung gilt

$$\partial_\lambda U_0 = 0 \quad \text{und} \quad V_0 \equiv 0. \tag{3.24}$$

Damit vereinfachen sich die Gleichungen 3.9 bis 3.11 zu

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right) u_\epsilon - \left(f - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi)\right) v_\epsilon + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\Phi_\epsilon = 0 \tag{3.25}$$

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right) v_\epsilon + \left(f + \frac{2U_0\tan\varphi}{a}\right) u_\epsilon + \frac{1}{a}\partial_\varphi\Phi_\epsilon = 0 \tag{3.26}$$

$$-\epsilon\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)\Phi_\epsilon - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u_\epsilon - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v_\epsilon\cos\varphi) = 0. \tag{3.27}$$

Für die Stabilitätsanalysen von zonal unveränderlichen Grundwindprofilen wurden die Lösungsmethode und die numerische Programmierung von WS98 genutzt.

Wenn $U_0 = U_0(\varphi)$, kann ein Separationsansatz zur Trennung der Variablen λ und φ durchgeführt werden. Durch Eliminieren von u und v erhält man eine einzige horizontale Strukturgleichung für das Geopotential Φ, die verallgemeinerte Laplacesche Gezeitengleichung

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2\Phi_{m,\epsilon}}{d\varphi^2} - B_m^\omega \frac{1}{a}\frac{d\Phi_{m,\epsilon}}{d\varphi} - A_{m,\epsilon}^\omega \Phi_{m,\epsilon} = 0. \tag{3.28}$$

Zur numerischen Lösung dieser Gleichung wird sie, nach dem Übergang zu dimensionslosen Größen, in eine Finite-Differenzen-Gleichung umgeschrieben. Es ergibt sich ein Gleichungssystem in der Form

$$T_{l,l+1}\Phi_{l+1} + T_{l,l}\Phi_l + T_{l,l-1}\Phi_{l-1} = 0, \tag{3.29}$$

wobei l den meridionalen Gitterindex bezeichnet. Für die Existenz nichttrivialer Lösungen des homogenen Gleichungssystemes muß die Determinante der Matrix $\mathbf{T}$ verschwinden. Hierzu werden bei Vorgabe der zonalen Wellenzahl m und des dimensionslosen Lambparameters ϵ^* die Nullstellen der Determinante von $\mathbf{T}$ bestimmt. Die komplexen Eigenwerte $\sigma = \sigma_m(\epsilon^*)$ werden als Funktion von ϵ^* berechnet. Der Realteil des Eigenwerts bestimmt die dimensionslose Frequenz der Welle, und der Imaginärteil des Eigenwerts entspricht der dimensionslosen Anwachsrate. In einem weiteren Schritt wird die Eigenfunktion Φ_{m,ϵ^*} in Abhängigkeit von m, ϵ^* und $\sigma_m(\epsilon^*)$ bestimmt. Die Eigenfunktion beschreibt die horizontale Modenstruktur. Die Gesamtheit aller Lösungen $\sigma_m(\epsilon^*)$ und Φ_{m,ϵ^*}, die für vorgegebenes m auf einem zusammenhängenden ϵ^*-Intervall existieren, werden als *Moden* bezeichnet. Für eine detaillierte Beschreibung dieser Methode sei auf Anhang A verwiesen.

3.4 Entwicklung eines spektralen Modells

Als notwendige Fortsetzung der Untersuchungen zur Kopplung von trägheits- und barotrop instabiler Wellen wurde ein Modell entwickelt, das für den Grundzustand auch eine Abhängigkeit von der geographischen Länge zuläßt. Für die Stabilitätsanalyse von längenabhängigen Grundwindprofilen ist die im letzten Abschnitt vorgestellte Methode nicht geeignet. Ist der Hintergrundwind U eine Funktion von λ und φ, so ist die Separation dieser Variablen nicht mehr möglich. Die im zonal gemittelten Fall voneinander unabhängigen Moden für verschiedene Wellenzahlen lassen sich dann nicht mehr voneinander trennen. Die Lösung als Eigenwertproblem ist dadurch nicht mehr möglich. Statt dessen wird eine Zeitintegration als Anfangswertproblem durchgeführt. Das Modell hat drei Zustandsgrößen, horizontale Vorticity ζ_ϵ, horizontale Divergenz D_ϵ und Geopotential Φ_ϵ, die auf Kugelflächenfunktionen $Y_{n\,m}(\lambda, \varphi)$ dargestellt sind.

Vorticity und Divergenz berechnen sich durch

$$\zeta = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda v - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(u\cos\varphi) \tag{3.30}$$

$$D = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v\cos\varphi) \tag{3.31}$$

aus den zonalen und meridionalen Windgeschwindigkeiten. Ausgehend von Gleichungen 3.14 bis 3.16 erhält man die Gleichungen für $\partial_t\zeta_\epsilon$, $\partial_t D_\epsilon$ und $\partial_t\Phi_\epsilon$, in dem man in Gleichung 3.14

$$\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi) = -\zeta_0 + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda V_0 \tag{3.32}$$

$$\left(\frac{V_0}{a}\partial_\varphi - \frac{V_0\tan\varphi}{a}\right)u_\epsilon = -\zeta_\epsilon + \frac{V_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda v_\epsilon \tag{3.33}$$

einsetzt. Ebenso wird in Gleichung 3.15

$$\frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda v_\epsilon = \zeta_\epsilon U_0 + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(u_\epsilon\cos\varphi) \tag{3.34}$$

$$\frac{\partial_\lambda V_0}{a\cos\varphi}u_\epsilon = \left(\zeta_0 + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi)\right)u_\epsilon \tag{3.35}$$

und in Gleichung 3.16

$$\frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u_\epsilon + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v_\epsilon\cos\varphi) = D_\epsilon \tag{3.36}$$

einsetzt. Mit den Abkürzungen

$$F_1 = (f+\zeta_0)v_\epsilon + \zeta_\epsilon V_0 \tag{3.37}$$

$$F_2 = -(f+\zeta_0)u_\epsilon - \zeta_\epsilon U_0 \tag{3.38}$$

erhält man die Tendenzen für u_ϵ, v_ϵ und Φ_ϵ

$$\partial_t u_\epsilon = F_1 - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda(U_0u_\epsilon + V_0v_\epsilon + \Phi_\epsilon) \tag{3.39}$$

$$\partial_t v_\epsilon = F_2 - \frac{1}{a}\partial_\varphi(U_0u_\epsilon + V_0v_\epsilon + \Phi_\epsilon) \tag{3.40}$$

$$\partial_t\Phi_\epsilon = -\left(\frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda + \frac{V_0}{a}\partial_\varphi\right)\Phi_\epsilon - \frac{1}{\epsilon}D_\epsilon \tag{3.41}$$

Durch Einsetzen von $\partial_t u_\epsilon$ und $\partial_t v_\epsilon$ in die nach t differenzierten Gleichungen 3.30 und 3.31, erhält man die Tendenzen von ζ und D

$$\partial_t\zeta_\epsilon = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda(\partial_t v_\epsilon) - \frac{1}{a}\partial_\varphi(\partial_t u_\epsilon) = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda F_2 - \frac{1}{a}\partial_\varphi F_1 \tag{3.42}$$

$$\begin{aligned}\partial_t D_\epsilon &= \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda(\partial_t u_\epsilon) + \frac{1}{a}\partial_\varphi(\partial_t v_\epsilon)\\ &= \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda F_1 + \frac{1}{a}\partial_\varphi F_2 - \nabla^2(U_0u_\epsilon + V_0v_\epsilon + \Phi_\epsilon).\end{aligned} \tag{3.43}$$

Für die spektrale Darstellung, werden die Größen nach Kugelflächenfunktionen $Y_{n\,m}(\lambda,\varphi)$ entwickelt [Washington & Parkinson, 1986]

$$X_\epsilon(\lambda,\varphi,t) = \sum_{n=1}^{N_T}\sum_{m=-m^*}^{m^*} X_{nm}(t)Y_{n\,m}(\lambda,\varphi) \tag{3.44}$$

Die spektrale Auflösung wurde zu Versuchszwecken variiert. Die in der Arbeit dargestellten Ergebnisse wurden mit einer T30-Auflösung ($N_T = 30$) gerechnet. Die zonale Wellenzahl wurde dabei auf $m^* \leq 8$ begrenzt. Durch

Ausnutzung des Greenschen Satzes, werden die Differentiationen von den Modellgrößen auf die Kugelflächenfunktionen übertragen

$$\int d\sigma \frac{\partial_\lambda X}{a \cos\varphi} Y = -\int d\sigma X \frac{\partial_\lambda Y}{a\cos\varphi} \tag{3.45}$$

$$\int d\sigma \frac{\partial_\varphi (X\cos\varphi)}{a\cos\varphi} Y = -\int d\sigma X \frac{\partial_\varphi Y}{a\cos\varphi} \tag{3.46}$$

$$\int d\sigma \nabla^2 XY = \int d\sigma X \nabla^2 Y. \tag{3.47}$$

Die Kugelflächenfunktionen und deren Ableitungen werden nach den bekannten Rekursionsformeln berechnet [Press et al., 1992]. Die allgemeinen Darstellungen für u und v sind

$$u = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda \chi - \frac{1}{a}\partial_\varphi \Psi \tag{3.48}$$

$$v = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda \Psi + \frac{1}{a}\partial_\varphi \chi. \tag{3.49}$$

Dabei sind Ψ und χ Stromfunktion und Geschwindigkeitspotential. Auf der Kugel gilt

$$\zeta = \nabla^2 \Psi \tag{3.50}$$

$$D = \nabla^2 \chi. \tag{3.51}$$

Damit lassen sich die zonale und meridionale Windgeschwindigkeit durch

$$u_\epsilon = \sum_{n,m} \frac{a^2}{n(n+1)} \nabla^2 u_\epsilon = \sum_{n,m} \frac{a^2}{n(n+1)} \left(\frac{1}{a\cos\varphi} \partial_\lambda D_\epsilon - \frac{1}{a}\partial_\varphi \zeta_\epsilon \right) \tag{3.52}$$

$$v_\epsilon = \sum_{n,m} \frac{a^2}{n(n+1)} \nabla^2 v_\epsilon = \sum_{n,m} \frac{a^2}{n(n+1)} \left(\frac{1}{a\cos\varphi} \partial_\lambda \zeta_\epsilon + \frac{1}{a}\partial_\varphi D_\epsilon \right) \tag{3.53}$$

als Funktionen von ζ und D berechnen [McAvaney et al., 1978].

Die Tendenzen der Modellgrößen werden gemäß Gleichung 3.41 bis 3.43 in der Gitterdarstellung berechnet. Das erfordert die Transformation der Modellgrößen aus der Spektraldarstellung in die Gitterdarstellung und zurück.

Für die Zeitintegration wird ein Runge-Kutta-Algoritmus mit selbstadjustierendem Zeitschritt benutzt [Fehlberg, 1970]. Versuche mit festem Zeitschritt führten zu keinem zufriedenstellenden Ergebnis. Für die Bestimmung des Zeitschritts werden ζ und D mit dem Erdradius a multipliziert, um eine gleichmäßige Gewichtung der Größen ζ, D und Φ zu erreichen.

Das Wind- und Geopotentialfeld des Grundzustandes wurde den UKMO-Reanalysen [Swinbank & O'Neill, 1994] entnommen. Dabei wurden die Daten über einen Zeitraum von sechs Tagen gemittelt und hernach auf die Kugelflächenfunktionen $Y_{n\,m}$ projiziert. m läuft hierbei bis zu einer maximalen zonalen Wellenzahl des Grundzustandes m_0^*. Für m_0^* werden, je nach der Fragestellung in der jeweiligen Modellrechnung, Beträge zwischen 0 und m^* gewählt.

Ein von Null verschiedener Anfangszustand zum Zeitpunkt $t = 0$ entwickelt sich in der Zeitintegration gemäß den Gleichungen 3.41 bis 3.43. Die Rechenungenauigkeit bei den Transformationen zwischen Gitter- und Spektraldarstellung bedingt ein numerisches Rauschen, das eine Anregung aller Moden darstellt. Instabile Moden erfahren ein exponentielles Wachstum. Für $t \rightarrow \infty$ überdeckt die Amplitude der instabilsten Mode alle anderen Moden.

Zur Bestimmung der Periode τ_P wird die Abfolge gleicher Phasendurchgänge über einen Zeitraum von ein bis zwei Monaten in der Modellrechnung gemittelt. Dieser Zeitraum wird so gewählt, daß die Periodendauer nicht mehr durch Einschwingvorgänge verfälscht wird. Die Anwachszeit τ_A, in der die Amplitude der Welle auf das e-fache wächst, bestimmt sich aus $\partial_t(\ln \mathcal{H})$, wobei $\mathcal{H}$ die Hüllkurve des Amplitudenmaximums bezeichnet. Weitere Erläuterungen zur Bestimmung von Periode und Anwachsrate finden sich in Anhang C. Der Zusammenhang der Periode τ_P und der Anwachszeit τ_a mit der dimensionslosen Frequenz $\mathrm{Re}(\sigma)$ und der dimensionslosen Anwachsrate $\mathrm{Im}(\sigma)$ ist gegeben durch

$$\tau_P = \frac{1 \text{ Tag}}{2\mathrm{Re}(\sigma)} \tag{3.54}$$

$$\tau_A = \frac{1 \text{ Tag}}{4\pi \mathrm{Im}(\sigma)}. \tag{3.55}$$

Durch geschicktes Initialisieren lassen sich in einigen Fällen außer der instabilsten Mode noch weiter Moden bestimmen. Die Vorgehensweise wird in Anhang C erläutert.

3.5 Validierung

Rechnungen mit längenabhängigem Grundzustand wurden schon von D93 durchgeführt, jedoch mit anderem Ziel und auf einer äquatorialen β-Ebene. D93 verwendet ein semispektrales Modell, das er mit einem fixiertem Zeitschritt integriert. Die Ergebnisse von D93 konnten reproduziert werden, wie im folgenden gezeigt wird.

D93 benutzt einen Grundwind entsprechend

$$\bar{u}(y) + U(x,y) = \gamma(y - y_c) - \frac{\gamma\psi y_s}{2}\left[1 + \tanh\left(\frac{y - y_c}{y_s}\right)\right] cos(x/a) \quad (3.56)$$

auf der β-Ebene. Dieser konnte wegen der Randbedingungen an den Polen nicht exakt übernommen werden, wurde aber durch

$$U(\lambda,\varphi) = A\cdot(\varphi - \varphi_c)\cos(\varphi) + \psi B\left[1 + \tanh\left(\frac{\varphi - \varphi_c}{\varphi_s}\right)\right]\cos(\varphi)\sin(\lambda) \quad (3.57)$$

angenähert. Die Längenabhängigkeit der Windprofile ist so gewählt, daß das Maximum der Instabilität sich bei beiden Vergleichsfällen in der Bildmitte befindet. Es gilt $A = 4 \cdot 10^{-5}$, $B = 17,46$ und $\varphi_s = 7,85°$. Der $\cos(\varphi)$ sorgt dafür, daß U an den Polen gegen Null strebt. Der frei wählbare Parameter ψ bestimmt die Amplitude des längenabhängigen Anteils im Grundwind.

3.5.1 Vergleich der Modenstrukturen

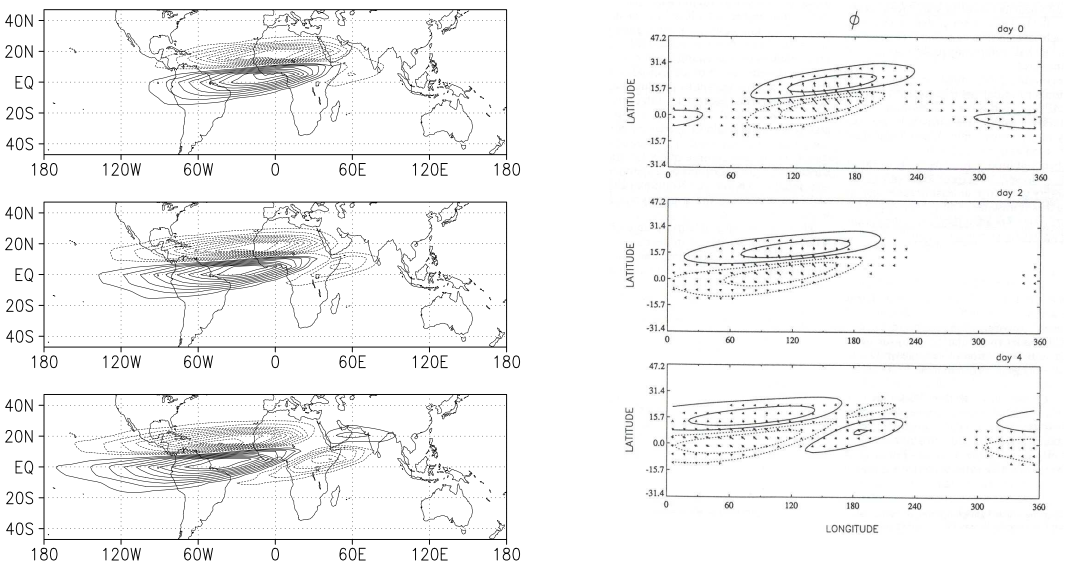

Abbildung 3.1: *Modenstruktur im Abstand von je zwei Tagen (links) und Vergleich mit den Ergebnissen bei D93 (rechts)*

Die Struktur der Moden entspricht sehr gut den Ergebnissen von D93, obwohl sich durch den Übergang von der β-Ebene zur sphärischen Geometrie die Grundwindprofile leicht unterscheiden. Die Übereistimmung der Ergebnisse umfaßt sowohl den Fall $\psi = 1$ als auch den Fall $\psi < 1$. Die Struktur der lokalen Welle besteht aus einem äquatorialen Maximum und einem subtropischen Maximum mit entgegengesetztem Vorzeichen in der Winterhemisphäre bei etwa 15°N. Beide Maxima verschieben sich in ihrer Lage vom westlichen zum östlichen Rand um ca. 10° nach Norden. Gleiches zeigen auch die Abbildungen bei D93 (Abb. 3.1). Aus der Zeitabfolge der Modenbilder läßt sich erkennen, wie sich die Wellenphase von Ost nach West durch das Gebiet der Wellenaktivität hindurchbewegt. Auch dieses Ergebnis findet sich genau so bei D93 wieder.Das Spektralmodell erzeugt demnach bei gleichen Voraussetzungen die gleichen Ergebnisse, wie ein anerkanntes Modell.

3.5.2 Vergleich der Anwachsraten bei Variation der Längenabhängigkeit

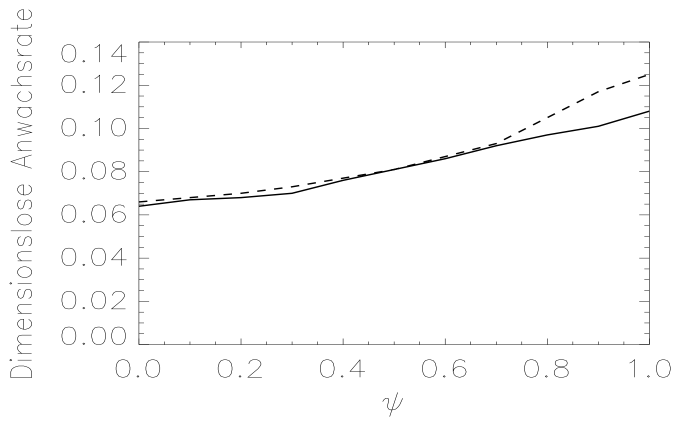

Abbildung 3.2: *Anwachsrate bei Variation der längenabhängigen Grundwindkomponente. Vergleich der eigenen Ergebnisse (durchgezogene Linie) mit D93 (gestrichelte Linie).*

Es wurde ein zweiter Vergleich mit den Ergebnissen von D93 durchgeführt. Die Amplitude der längenabhängigen Komponente wurde zwischen $\psi = 0$ und $\psi = 1$ in Schritten von $0,1$ variiert und die Anwachsrate mit den entsprechenden Ergebnissen verglichen. Die Übereinstimmung ist sehr gut (Abb. 3.2). Nur bei $\psi \geq 0,8$ haben die Moden im Spektralmodell geringfügig kleinere Anwachsraten.

3.6 Datenbasis

Zu Beginn der Untersuchungen wurden NCAR/NCEP-Reanalysen bis 48 km Höhe [Randel, 1992] genutzt. Dieser Datensatz enthält horizontale Wind- und Temperaturfelder für die Monatsmittel der Jahre 1979 bis 1990 auf 17 Druckniveaus zwischen 1000 mb und 1 mb. Die unteren Druckniveaus bis 100 mb wurden vom Global Data Assimilation System (GDAS) erzeugt, das am National Meteorological Center (NMC) benutzt wird. Die stratosphärischen Niveaus von 70 mb bis 1 mb wurden als operationelle Analysen des Climate Analysis Center am NMC gewonnen.

Für die weiteren Untersuchungen wurde es notwendig, den Grundwind von höheren Niveaus zwischen 1 mb und 0,1 mb zu verwenden. Durch die zeitliche Erstreckung des Auftretens der Zweitagewelle über ein bis zwei Wochen war es auch nötig, den Grundwind über eine vergleichbare Zeitspanne zu mitteln. Zu diesem Zweck wurden UK-Reanalysedaten [Swinbank & O'Neill, 1994] herangezogen. Die Daten liegen auf 22 Druckniveaus von 1000 mb bis 0,316 mb vor. Die horizontale Auflösung beträgt $2,5^\circ$ in meridionaler Richtung und $3,75^\circ$ in zonaler Richtung. Die Reanalysedaten wurden erzeugt vom *Unified Model* des UK Meteorological Office durch Datenassimilation von u.a. Temperaturmessungen des UARS Satelliten und von Radiosondenaufstiegen.

4 Längenabhängiges Instabilitätsproblem am Troposphärenjet

Im vorliegenden Kapitel wird mit Hilfe des Spektralmodells untersucht, wie sich instabile troposphärische Moden verhalten, wenn der Hintergrundwind eine Längenabhängigkeit aufweist. Dazu wurde der in WS98 benutzte Grundwind mit einer Längenvariation $(1+\psi\cdot\cos\lambda)$ multipliziert. Die Amplitude zur Untersuchung der Längenabhängigkeit ψ wird zwischen 0 und 0,5 variiert.

$$U_0(\lambda,\varphi) = \frac{\bar{u}}{2}\left[\tanh\left(\frac{\varphi-\varphi_0}{\varphi_1}\right)+1\right]\cdot\cos\varphi\cdot(1+\psi\cdot\cos\lambda). \tag{4.1}$$

Bei geeigneter Wahl der Parameter beschreibt Gleichung 4.1 die äquatorseitige Flanke eines subtropischen Strahlstroms im Nordwinter in der oberen Troposphäre. $\bar{u}$ skaliert die Windgeschwindigkeit und φ_0 gibt die zentrale Breite der Strahlstromflanke an. φ_1 bestimmt den meridionalen Gradienten des zonalen Windes an der Strahlstromflanke. Es werden vier verschiedene Windprofile A, B, C und D benutzt, anhand derer sich barotrope Instabilität, Trägheitsinstabilität und gekoppelte Instabilität untersuchen lassen. Die Parameter $\bar{u}$, φ_0 und φ_1 für die Windprofile A, B, C und D werden so gewählt, daß die Grundströme bei $\psi=0$ den in WS98 untersuchten Grundströmen Fall 1, 2, 3 und 4 entsprechen (siehe Tabelle 4.1). Die von WS98 benutzten Windprofile sind in Anhang B gezeigt.

Windprofil	$\bar{u}$	φ_0	φ_1	ψ
A	40 m/s	$16,5°$	$6,0°$	0,0 ... 0,5
B	40 m/s	$13,0°$	$6,0°$	0,0 ... 0,5
C	40 m/s	$9,0°$	$6,0°$	0,0 ... 0,5
D	40 m/s	$9,0°$	$8,8°$	0,0 ... 0,5

Tabelle 4.1: Parameterwerte der in Gl. 4.1 definierten Grundwindprofile

Diese Grundwindprofile entsprechen stark idealisiert verschiedenen, in der Natur vorkommenden Szenarien für den Grundstrom in der oberen Troposphäre. Die längenunabhängigen Fälle ($\psi = 0$) haben WS98 ausführlich diskutiert. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Ergebnisse von WS98 kurz referiert, soweit sie zur Interpretation der eigenen Ergebnisse benötigt werden. Im weiteren Verlauf dieses Kapitels werden jeweils für barotrop instabile Moden, trägheitsinstabile Moden und gekoppelte Moden kurz die typischen Eigenschaften beschrieben, die aus den Rechnungen mit längenunabhängigem Grundwind bekannt sind. Danach wird erläutert, welche Veränderungen an den Moden auftreten, wenn die Amplitude der längenabhängigen Windkomponente schrittweise von 0,0 auf 0,5 erhöht wird.

4.1 Barotrop instabile Wellen

Die charakteristischen Eigenschaften der barotrop instabilen Moden wurden für den Fall längenunabhängiger Grundströmung schon gezeigt (WS98, [Dunkerton, 1990]). Charakteristische Welleneigenschaften sind das mit ϵ streng monotone Ansteigen der Frequenz, sowie die Existenz einer schwach divergenten und einer stark divergenten Klasse barotrop instabiler Moden. Die stark divergenten barotrop instabilen Moden weisen weit größere Anwachsraten auf und sind damit von größerer Bedeutung als die schwach divergenten barotrop instabilen Moden. Die größten Anwachsraten haben dabei die Moden mit $m = 5$ und $m = 6$. Die Struktur der Moden gleicht subtropischen Rossbywellen. Mit steigendem ϵ wandern diese näher an den Äquator. Bei der schwachen Trägheitsinstabilität von Fall 1 bei WS98, sind Kelvinwellen ohne Bedeutung. In Fall 2 ist die Trägheitsinstabilität etwas größer. Für $\log \epsilon^* > 3,7$ läßt sich ein für barotrope Moden untypisches Verhalten beobachten. Die barotrope Grenzfrequenz wird verletzt, die Frequenz fällt mit ϵ, und es tritt ein Nebenmaximum am Äquator auf. Die Moden $m = 1$ bis $m = 5$ haben hierbei erhöhte Anwachsraten. Auch die Kelvinmoden gewinnen an Bedeutung. Streng genommen sind Kelvinmoden neutrale Eigenschwingungen der Atmosphäre, wie sie in [Longuet-Higgins, 1968] berechnet worden sind. Hier handelt es sich um instabile Moden, die den neutralen Kelvinmoden ähnlich sind. In Anlehnung an [Winter, 1997] werden sie als *instabile Kelvinmoden* bezeichnet. Die instabilsten Kelvinmoden sind $m = 6$ und $m = 7$ mit ebenso hohen Anwachsraten. Hierbei verletzen auch die Kelvinwellen ihre typische Beziehung zwischen Frequenz und ϵ.

Die Rechnungen für $\psi = 0,0$ stehen in guter Übereinstimmung mit den Er-

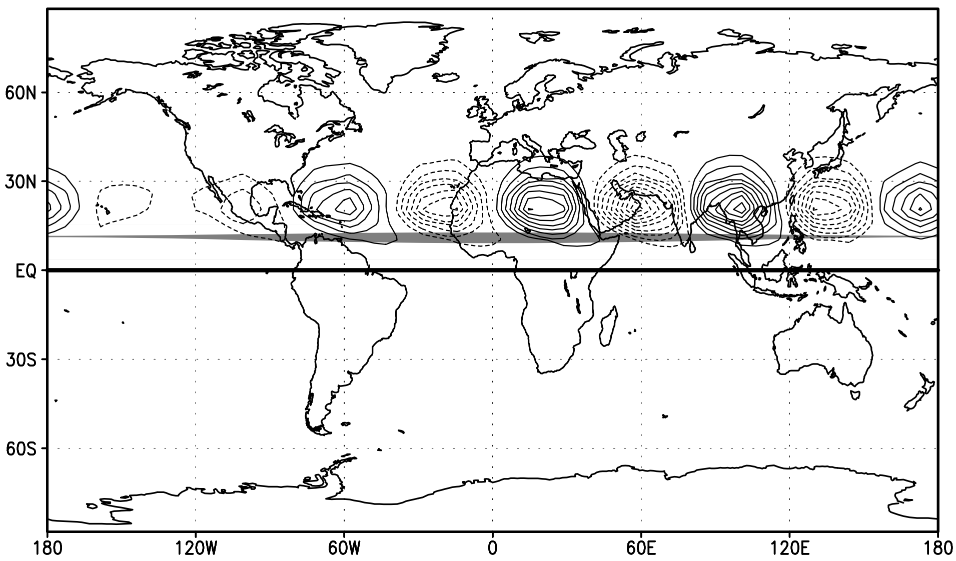

Abbildung 4.1: *Barotrop instabile Mode $m = 5$ mit Amplitudenmodulation für Profil A bei $\psi = 0,1$, $\log \epsilon^* = 2,0$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt. Die trägheitsinstabile Region bildet ein schmales Band am Äquator, das durch eine dicken schwarze Linie gekennzeichnet ist. Die dargestellte Landkarte dient in diesem Kapitel nur zur Abschätzung der Größenverhältnisse*

gebnissen von WS98. Es entstehen die gleichen ostumlaufenden planetaren Wellen. Zur Diskussion eignen sich am besten die Moden mit den höchsten Anwachsraten. Das sind in diesem Falle die Moden mit den Wellenzahlen 5 und 6. Moden mit kleinen Anwachsraten werden in den Modellrechnungen schon nach kurzer Integrationszeit von instabileren Wellen überdeckt. Bei kleiner Amplitude ($\psi = 0,1$) ruft die Längenabhängigkeit des Grundwindes in Profil A eine Modulation der Wellenamplitude hervor (Abb. 4.1). Die Abbildung zeigt eine globale Welle mit der Wellenzahl 5. Die Phasenausbreitung ist ostwärts mit einer Periode von 12,0 Tagen. (Bei den in diesem Kapitel betrachteten Windprofilen breiten sich nach WS98 alle barotrop instabilen Wellen ostwärts aus.) Die Anwachszeit beträgt $\tau_A = 6,9$ Tage. Aus Abbildung 4.1 kann man entnehmen, daß die Wellenamplitude einer Modulation mit der zonalen Wellenzahl 1 unterliegt. Das Amplitudenmaximum liegt bei 60°O, und damit stromab des Instabilitätsmaximums bei 0°. Das Amplitudenminimum bei 130°W beträgt weniger als 10% der Maximalamplitude. Im Vergleich zum längenunabhängigen Grundwind $\psi = 0$ haben mehrere Wellenmaxima in der Bildmitte äquatorseitig ein vorauslaufendes

„Horn“ bekommen. Diese Eigenschaft ist ein Hinweis darauf, daß die schwache Trägheitsinstabilität am Äquator durch die Erhöhung von ψ in diesem Bereich zugenommen hat. Wird ψ größer, verstärkt sich die Modulation der Wellenamplitude. Wie sich bei $\psi = 0,1$ schon angedeutet hat, unterliegt durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes auch die Trägheitsstabilität einer Schwankung in zonaler Richtung. Bei Profil A entsteht für $\psi > 0,3$ ein begrenztes Gebiet der Trägheitsinstabilität um $\lambda = 0°$, $\varphi = 15°$. Die barotrope Welle bekommt ein schwaches Nebenmaximum am Äquator (Abbildung 4.2), welches in Abbildung 4.1 noch als Horn zu sehen war. Die Anwachszeit τ_A verkürzt sich z.B. bei $\log \epsilon^* = 2,0$ von 6,9 Tagen auf 5,0 Tage und die Periode τ_P verkürzt sich von 12,0 Tagen auf 9,8 Tage (siehe Tabelle 4.2).

Windprofil		$\log \epsilon^* = 2,0$			$\log \epsilon^* = 2,5$			$\log \epsilon^* = 3,0$		
	ψ	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q
A	0,0	13,2	6,9	0,09	—	—	—			
	0,1	12,0	6,9	0,09	10,3	6,7	0,20			
	0,3	9,8	5,0	0,13	8,6	5,8	0,38			
	0,5	8,1	4,5	0,18	7,1	5,0	0,51			
B	0,0				8,4	5,6	0,26	6,3	5,0	1,05
	0,1				8,0	5,0	0,37	6,3	4,5	1,25
	0,3				7,6	4,5	0,60	5,8	3,5	1,56
	0,5				9,5	4,1	0,65	5,0	2,7	1,67

Tabelle 4.2: Übersicht über die Perioden (τ_P) und Anwachszeiten (τ_A), der instabilsten Mode ($m = 5$), Angabe in Tagen. In der Spalte Q ist das Amplitudenverhältnis zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum angegeben.

Die gleichen Beobachtungen wie bei Profil A lassen sich auch für Profil B machen. Durch die größere Trägheitsinstabilität ist das Nebenmaximum stärker ausgeprägt. Dieses Nebenmaximum tritt für Profil B in Übereinstimmung mit WS98 auch ohne Längenabhängigkeit des Grundwindes auf. Für die Parameterwahl $\log \epsilon^* = 2,5$, $\psi = 0,0$ erreicht das äquatoriale Maximum 26% der Amplitude des subtropischen Maximums. Für $\log \epsilon^* = 3,0$, $\psi = 0,0$ sind Haupt- und Nebenmaximum etwa gleich stark, und zu $\log \epsilon^* = 3,5$, $\psi = 0,0$ (in der Tabelle nicht mehr gezeigt) nimmt das Nebenmaximum am Äquator wieder auf 78% des Hauptmaximums ab, ein Verhalten wie auch bei WS98 gefunden. Die Zunahme des äquatorialen Nebenmaximums zum Hauptmaximum ist bei längenunabhängigem Grundwind verbunden mit einer Verletzung der oben genannten charakteristischen Welleneigenschaften barotroper

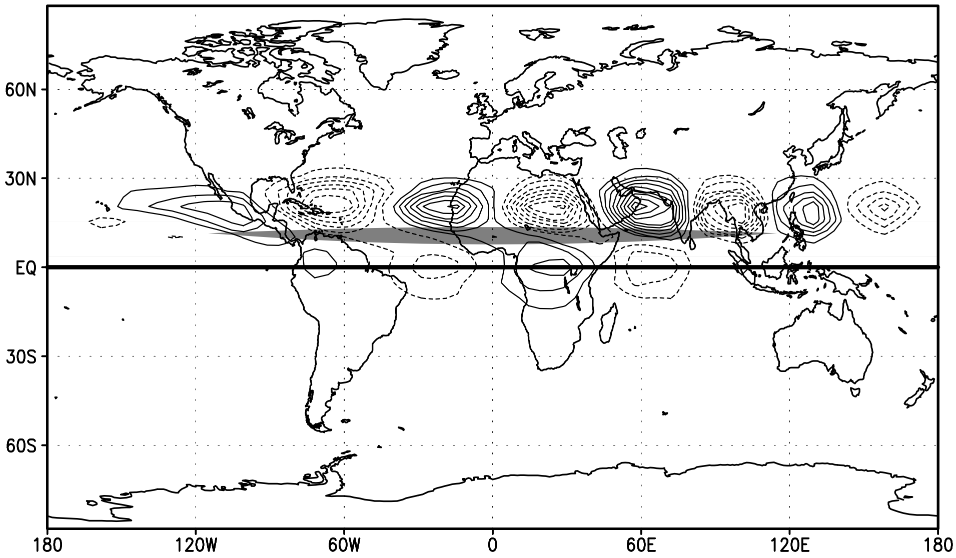

Abbildung 4.2: *Barotrop instabile Mode $m = 5$ für Profil A bei $\psi = 0,3$, $\log \epsilon^* = 2,5$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt. Die trägheitsinstabile Region bildet ein schmales Band am Äquator, das durch eine dicken schwarze Linie gekennzeichnet ist. Die zweite trägheitsinstabile Region ist durch ihre geringe Größe in der Darstellung nicht erkennbar.*

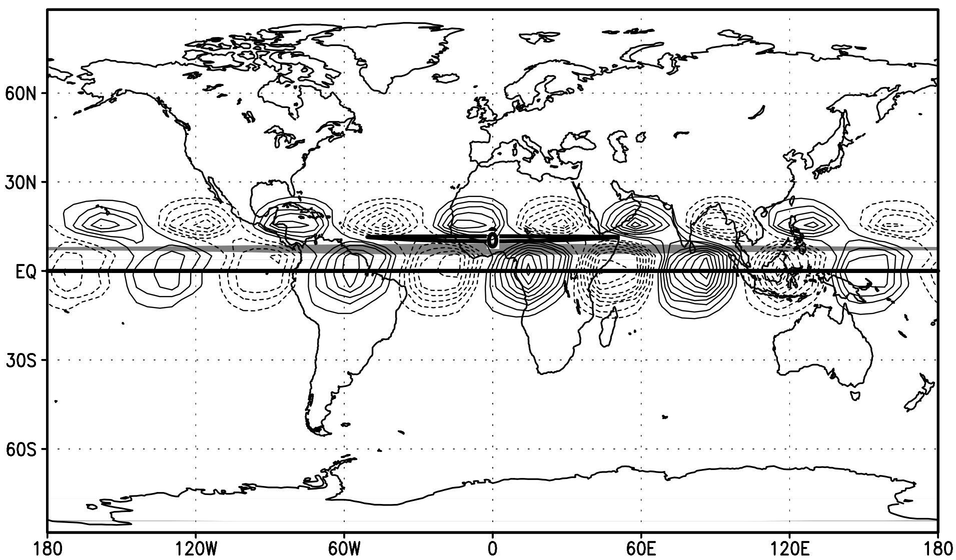

Abbildung 4.3: *Barotrop instabile Mode für Profil B bei $\psi = 0,1$, $\log \epsilon^* = 3,0$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit einer dicken schwarzen Linie gekennzeichnet.*

Moden und mit der Vermischung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität. Für $\log \epsilon^* = 3,0$, $\psi \geq 0,0$ übernimmt das äquatoriale Maximum die Rolle des Hauptmaximums. In Abbildung 4.3 ist die barotrop instabile Mode der Wellenzahl $m = 5$ bei $\log \epsilon^* = 3,0$, $\psi = 0,1$ gezeigt. In der Region der höchsten Instabilität erreicht das äquatoriale Maximum 125 % der Amplitude des subtropischen Maximums und ist damit zum Hauptmaximum geworden. Die Amplitude des äquatorialen Maximums nimmt in der Region der geringsten Instabilität auf etwa 30 % ihres Maximalwertes ab, während das subtropische Maximum nur eine geringe longitudinale Veränderung zeigt. Zwischen etwa 120°O und 60°W ist das äquatoriale Maximum so schwach, daß das subtropische Maximum die Rolle des Hauptmaximums übernimmt.

4.2 Trägheitsinstabile Wellen

Für rein trägheitsinstabilen Grundwind (Fall 4) finden WS98 nur Kelvinwellen und nach Osten laufende Rossby-Schwerewellen (ORS-Wellen). In diesem Fall existieren keine barotrop instabilen Moden. Kelvinwellen und ORS-Wellen unterscheiden sich in ihren charakteristischen Eigenschaften von den barotropen Wellen. Ihre Frequenz ist streng monoton fallend mit ϵ. Es besteht eine exponentielle Abhängigkeit zwischen ϵ und der Anwachsrate. Kelvinwellen haben ein äquatoriales Hauptmaximum und ein subtropisches Nebenmaximum. Mit wachsendem ϵ gewinnt das subtropische Maximum an Bedeutung. Rossby-Schwerewellen haben noch weitere meridionale Knoten. Die instabilste Mode ist nicht so deutlich hervorgehoben wie bei barotrop instabilen Moden. Die Anwachsraten für die unterschiedlichen Wellenzahlen eines Wellentyps unterscheiden sich nur wenig.

Über die Auswirkungen des längenabhängigen Grundwindanteils auf Kelvinwellen, geben die Rechnungen mit rein trägheitsinstabilem Grundwind (Profil D) Aufschluß. Da die Anwachsraten für die unterschiedlichen Wellenzahlen dicht beieinander liegen, lassen sich durch selektive Anregung in einigen Fällen mehrere instabile Moden für ein Grundwindprofil bestimmen (siehe Anhang C). Im längenunabhängigen Fall ($\psi = 0,0$) sind für $\log \epsilon^* = 2,5$ und $\log \epsilon^* = 3,0$ in Übereinstimmung mit WS98 keine instabilen Wellen nachweisbar. Bei $\log \epsilon^* = 3,5$ tritt bei selektiver Anregung der Wellenzahl $m = 5$ eine Kelvinwelle mit dieser Wellenzahl auf. Bei weiterer Erhöhung des Lamb-Parameters auf $\log \epsilon^* = 4,0$ verlängert sich die Periode, und die Anwachsrate erhöht sich (Tabelle 4.3). Die Rechnungen mit $\log \epsilon^* = 2,5$ und $\log \epsilon^* = 3,0$ bei $\psi \neq 0$ zeigen, daß durch die längenabhängige Variation des Grundwindes

Windprofil		$\log \epsilon^* = 2,5$			$\log \epsilon^* = 3,0$			$\log \epsilon^* = 3,5$			$\log \epsilon^* = 4,0$		
	ψ	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q
D	0,0	—	—	—	—	—	—	6,9	5,5	2,3	8,0	4,1	1,7
	0,1	—	—	—		**(8)**		6,7	5,5	2,7		**(6)**	
	0,3	—	—	—		**(6)**			**(6)**			**(3)**	
	0,5	3,2	27	2,5	4,4	6,7	2,7		**(7)**		11,0	2,3 (L)	1,8

Tabelle 4.3: Übersicht über die Perioden (τ_P) und Anwachszeiten (τ_A) für die Wellenzahl $m = 5$. Angaben in Tagen. In der Spalte Q ist das Amplitudenverhältnis zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum angegeben. Konnten für die Mode mit der Wellenzahl $m = 5$ trotz selektiver Anregung mit $m = 5$ keine Periode und Anwachsrate berechnet werden, ist die Wellenzahl der instabilsten Mode in Klammern angegeben. Lokale Moden sind durch (L) gekennzeichnet.

instabile Wellen mit der dominierenden Wellenzahl $m = 5$ entstehen können, auch wenn die Wellenzahl $m = 5$ im längenunabhängigen Fall nicht instabil ist. Bei $\log \epsilon^* = 2,5$ und $\psi = 0,5$ entwickelt sich eine schwach instabile Kelvinwelle mit $m = 5$. Die Modulation der Wellenamplitude ist nur gering. Ähnlich ist es bei $\log \epsilon^* = 3,0$. Bei $\psi = 0,5$ entwickelt sich eine instabile Kelvinwellenpaket der Wellenzahl $m = 5$ mit einer Periode von $\tau_P = 4,4$ Tagen und einer Anwachszeit von $\tau_A = 6,7$ Tagen (Abbildung 4.4). D93 hatte aus seinen Ergebnissen für lokale Moden gefolgert, daß bei längenabhängigem Hintergrundwind instabile Moden unterhalb des neutralen Punktes (des zonal gemittelten Grundwindes) existieren. Obige Ergebnisse zeigen, daß dies nicht nur für lokale Moden gilt. Auch instabile Wellenpakete können durch den längenabhängigen Hintergrundwind unterhalb des neutralen Punktes existieren.

Für $\psi = 0,1$ und $\psi = 0,3$ bei $\log \epsilon^* = 3,0$ haben andere Wellenzahlen die höchste Instabilität. Das gleiche gilt für $\psi = 0,3$ und $\psi = 0,5$ bei $\log \epsilon^* = 3,5$ und für $\psi = 0,1$ und $\psi = 0,3$ bei $\log \epsilon^* = 4,0$. Bei $\log \epsilon^* = 4,0$ und $\psi = 0,5$ entwickelt sich eine lokale Mode (Tabelle 4.3). Der häufige Wechsel der größten Instabilität zwischen unterschiedlichen Wellenzahlen ist auffällig. Er läßt sich dadurch erklären, daß die Anwachraten der trägheitsinstabilen Wellen dicht beieinander liegen (WS98). Durch eine kleine Änderung am Grundwind kann die größte Anwachsrate auf eine andere Wellenzahl übergehen. Die Veränderungen einer bestimmten Welle durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes sind besser bei Anregung der Wellenzahl $m = 6$ zu erkennen. Tabelle 4.4 zeigt die Ergebnisse bei $\log \epsilon^* = 4,0$.

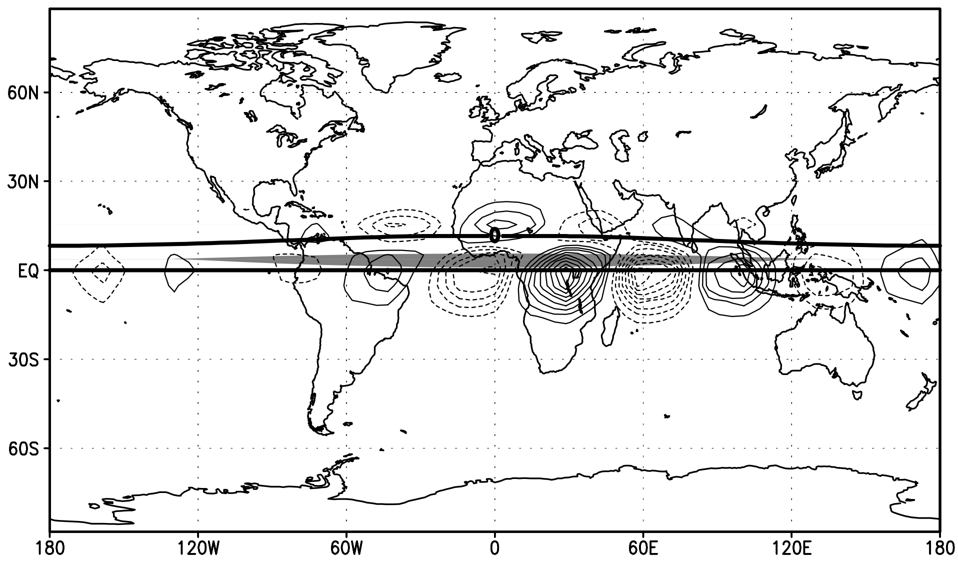

Abbildung 4.4: *Trägheitsinstabiles Wellenpaket für Profil D.* $\psi = 0,5$, $\log \epsilon^* = 3,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt.*

Schon bei leichter Längenabhängigkeit des Grundwindes ($\psi = 0,1$) formt sich ein Wellenpaket. Das Amplitudenmaximum liegt stromab des Instabilitätsmaximums, etwa bei 60°O. Gleichzeitig ist zu bemerken, daß sich die Stärke des subtropischen Nebenmaximums durch die Längenabhängigkeit erhöht. Das zeigt sich in Tabelle 4.4. Der Quotient Q des Amplitudenverhältnisses zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum verschiebt sich von $Q = 3,3$ für $\psi = 0,0$ zu $Q = 1,4$ für $\psi = 0,3$. Bei $\psi = 0,1$ ist hierbei die Periode noch unverändert, und die Anwachsrate erhöht sich nur leicht. Bei stärkerer Längenabhängigkeit, z.B. $\psi = 0,3$ bildet sich eine lokale Mode bei 60°O, der sich keine dominierende zonale Wellenzahl mehr zuordnen läßt (Abbildung 4.5). Die Periode verlängert sich auf $\tau_P = 11,3$ Tage, und die Anwachszeit verkürzt sich auf $\tau_A = 2,9$ Tage. Wenn die Welle bereits eine lokale Struktur angenommen hat, steigt bei weiterer Erhöhung von ψ nur noch die Anwachsrate an. Die Periode verlangsamt sich wieder und die Struktur der Mode bleibt nahezu unverändert (nicht gezeigt). Die lokale Mode nimmt bei steigendem ψ immer mehr die Struktur einer gbt-Mode (vgl. Abbildung 4.7) an. Das laßt sich dadurch erklären, daß der Grundwind durch die Längenabhängigkeit nicht mehr ausschließlich trägheitsinstabil ist, sondern auch barotrope Instabilität möglich wird. Dieses ist bei dem Grundwind mit $\psi = 0,5$ in Abbildung 4.4 gut zu erkennen.

Windprofil		$\log \epsilon^* = 4,0$		
	ψ	τ_P	τ_A	Q
D	0,0	7,4	4,3	3,3
	0,1	7,4	3,9	2,1
	0,3	11,3	2,9 (L)	1,4
	0,5	9,3	2,3 (L)	1,5

Tabelle 4.4: Übersicht über die Perioden (τ_P) und Anwachszeiten (τ_A) für die Wellenzahl $m = 6$. Angaben in Tagen. In der Spalte Q ist das Amplitudenverhältnis zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum angegeben. Lokale Moden sind durch (L) gekennzeichnet.

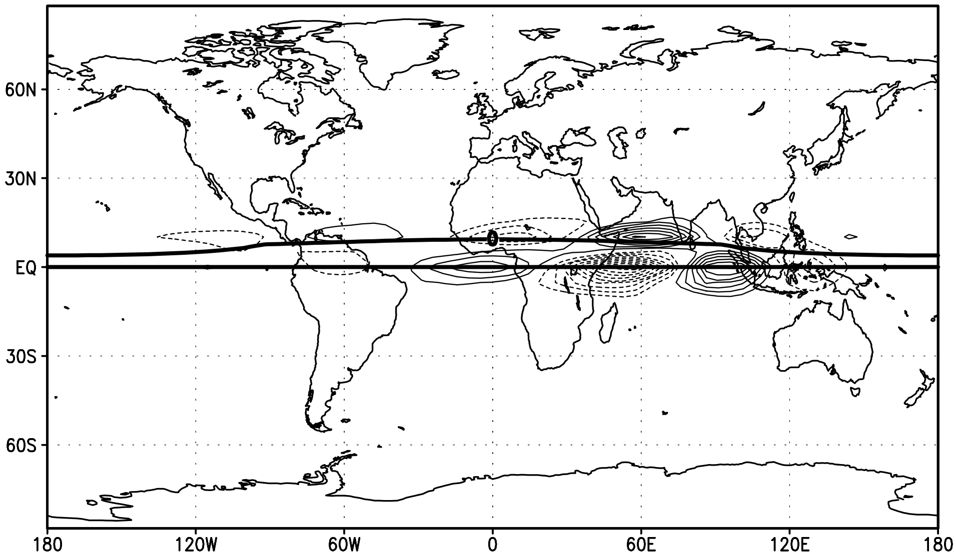

Abbildung 4.5: *Trägheitsinstabiles Wellenpaket für Profil D. Übergang zur lokalen Mode. $\psi = 0,3$, $\log \epsilon^* = 4,0$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt.*

Rechnungen zu trägheitsinstabilen Wellen auf längenabhängigem Grundstrom wurden auch von D93 durchgeführt. In Abschnitt 3.5 wurden die Ergebnisse bereits zur Validierung des Modells herangezogen. Der Hintergrundwind von Profil D stimmt zwar nicht mit dem Grundwind in D93 überein, aber beide Profile sind trägheitsinstabil und barotrop stabil. Daher erwartet man ein zumindest qualitativ ähnliches Verhalten der Moden. Die Unterschiede zwischen dem Grundwind in D93 und Profil D führen zu unterschiedlichen Wellenzahlen. Das liegt, wie oben gesagt, daran, daß die Anwachraten der trägheitsinstabilen Wellen dicht beieinander liegen. Die von D93 gefundene Modenstruktur bei Variation von ϵ und ψ ist in guter Übereinstimmung mit den in dieser Arbeit gefundenen Modenstrukturen. Die Moden bestehen aus einem kelvinwellenähnlichen Maximum am Äquator und einem rossbywellenähnlichem Nebenmaximum bei 15°N bis 20°N. Bei Variation von ψ bestätigt sich der Übergang von globalen zu lokalen Moden, der für Profil D schon bei kleinerem ψ vonstatten geht, als bei D93. Ebenso findet sich bei D93 das Ansteigen der Anwachsrate mit ψ wieder (vgl. Abb. 3.2), wobei diese bei Profil D schneller wächst schneller als bei D93.

4.3 Gekoppelte Instabilität

In Fall 3 von WS98 liegen nebeneinander barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität vor. Die schon bei Fall 2 (WS98) beobachteten Besonderheiten haben sich zu einer eigenen Modenklasse entwickelt, den gekoppelt-barotrop-trägheitsinstabilen Moden (gbt-Moden). Hierzu tragen die barotrop instabilen Moden mit den Wellenzahlen 1 bis 5 bei, die Kelvinmoden $m = 6$ und $m = 7$, die $m = 8$ ORS-Mode und äquatoriale Schwerewellen mit $m = 9$ und $m = 10$ (Abbildung 2.1). Wie schon in Fall 2, gibt es auch in diesem Fall einen ausgezeichneten Wert von ϵ bei $\log \epsilon^* \approx 3,7$. Wird $\log \epsilon^*$ größer als dieser Wert, verlieren barotrop instabile und trägheitsinstabile Moden ihre charakteristischen Eigenschaften. Die Periode wird nahezu unabhängig von ϵ. Die Anwachsrate nimmt mit ϵ stark zu. Für $\log \epsilon^* = 5,0$ erreicht τ_A Werte unter 2 Tagen. Die Modenstruktur, sowohl der Moden barotropen als auch trägheitsinstabilen Ursprungs, besteht aus einem kelvinwellenähnlichen Maximum am Äquator und einem rossbywellenähnlichen Maximum in den Subtropen um 15°N. Das äquatoriale Maximum eilt dem subtropischen Maximum mit einer Phasenverschiebung von ca. $5\pi/6$ voraus.

Das Verhalten der gbt-Moden auf längenabhängigem Hintergrundwind soll anhand einer Mode barotropen Ursprungs ($m = 5$) und einer ursprünglichen Kelvinwelle ($m = 6$) diskutiert werden. Die Anwachsraten der Wellenzahlen 5 und 6 sind in diesem Fall von vergleichbarer Größe, so daß bei selektiver Anregung die Eigenschaften der entsprechenden Moden auch auf längenabhängigem Hintergrundwind untersucht werden können, ohne daß sich die instabilste Mode innerhalb der Integrationszeit durchsetzt.

Die barotrop instabile Mode mit der Wellenzahl $m = 5$ erfährt für das Wind-

Windprofil		$\log \epsilon^* = 2,5$			$\log \epsilon^* = 3,0$			$\log \epsilon^* = 3,5$			$\log \epsilon^* = 4,0$		
	ψ	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q	τ_P	τ_A	Q
C	0,0	11,8	3,6	0,51	9,8	3,3	1,2	8,0	2,0	2,1	8,0	1,6	1,5
	0,1	11,6	3,8	0,60		**(6)**		7,5	1,9	1,7	7,3	1,6	1,4
	0,2	10,2	4,7	0,69		**(6)**		7,0	1,8	2,0	6,6	1,4	1,3
	0,3	8,6	4,1	0,85	6,6	2,8	1,8	6,4	1,7	1,5	8,4	1,3 (L)	1,0
	0,4		**(6)**		6,0	2,6	1,8	6,0	1,6 (L)	2,0	10,7	1,2 (L)	1,2
	0,5	7,5	5,0	0,59	5,5	2,4	1,9	5,6	1,5 (L)	1,6	10,0	1,1 (L)	1,3

Tabelle 4.5: Übersicht über die Perioden (τ_P) und Anwachszeiten (τ_A) für die Wellenzahl $m = 5$. Angaben in Tagen. In der Spalte Q ist das Amplitudenverhältnis zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum angegeben. Konnten für die Mode mit der Wellenzahl $m = 5$ trotz selektiver Anregung mit $m = 5$ keine Periode und Anwachsrate berechnet werden, ist die Wellenzahl der instabilsten Mode in Klammern angegeben. Lokale Moden sind durch (L) gekennzeichnet.

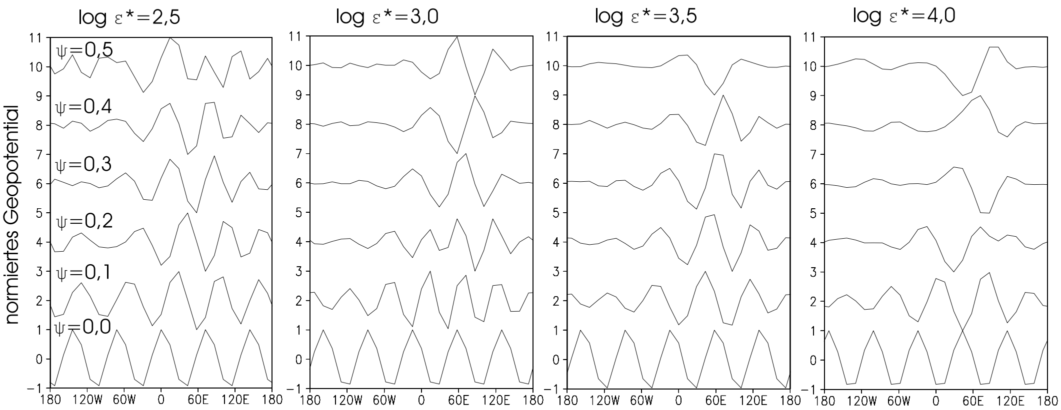

Abbildung 4.6: *Modulation der Wellenamplitude in Abhängigkeit von ψ und $\log \epsilon^*$. Das normierte Geopotential nach einer Integrationszeit von 100 Tagen ist für vier Werte von $\log \epsilon^*$ und für sechs Werte von ψ dargestellt. Die Kurven haben zur besseren Übersichtlichkeit einen Offset von $20 \cdot \psi$.*

profil C, wie schon für die Profile A und B, bei einer kleinen Amplitude $\psi = 0,1$ der längenabhängigen Schwankung des Grundwindes um das zonale Mittel eine leichte Modulation. Die Modulation der Wellenamplitude in Abhängigkeit von ψ und $\log \epsilon^*$ ist in Abbildung 4.6 gezeigt. Die maximale Amplitude liegt etwa 60° stromab des Instabilitätsmaximums. Die Modulation ist bei $\log \epsilon^* = 2,5$ nur gering und nimmt mit ϵ zu. Auch die Erhöhung von ψ führt zu einer stärkeren Modulierung der Welle. Dieses geschieht bei $\log \epsilon^* = 2,5$, wo das subtropische Wellenmaximum noch die Oberhand hat, nur in geringem Maße. Überschreitet $\log \epsilon^*$ jedoch die Schwelle, an der das äquatoriale Maximum größer wird als das subtropische Maximum, verändert sich das Verhalten der Wellen bei Variation der Parameter ψ und $\log \epsilon^*$. Daß ab diesem Punkt die Anwachsrate bei Erhöhung von $\log \epsilon^*$ bzw. Verkleinerung der vertikalen Wellenlänge sprunghaft ansteigt, haben schon die Eigenwertanalysen gezeigt (siehe Abbildung 2.1 oder WS98). Auch die Erhöhung von ψ führt zu einem deutlichen Anstieg der Anwachsrate (siehe Tabelle 4.5), und zu einer verstärkten Modulierung der Wellenstörung (Abbildung 4.6). Bei weiterer Erhöhung von ψ oder ϵ wird daraus ein Wellenpaket, das sich zunehmend in der Länge zusammenzieht. In diesem Zusammenhang wird jeweils eine Erhöhung der Anwachsrate beobachtet. Wenn sich das Wellenpaket so weit zusammen gezogen hat, daß es in der Länge nur noch aus einem Wellenberg und -tal besteht, wird es als lokale Mode bezeichnet (Abbildung 4.7). Ist dieses Stadium erreicht, flacht sich die Anwachsrate bei weiterer Erhöhung von ϵ ab. Die lokale Mode ist stationär, hat aber eine von Null verschiedene Phasengeschwindigkeit. Das heißt, Wellenmaxima und -minima laufen von West nach Ost durch den ortsfesten Bereich der lokalen Welle. Dabei verändert die Struktur der lokalen Welle aber nur wenig ihr Aussehen. Bei $\log \epsilon^* = 3,5$ und $\psi = 0,5$ (Abbildung 4.7) liegt die Periode bei $\tau_P = 5,6$ Tagen und die Anwachszeit bei $\tau_A = 1,5$ Tagen.

Das äquatoriale Maximum ist bei $\log \epsilon^* = 2,5$ noch kleiner als das subtropische Maximum ($Q < 1$). Q wächst von 0,51 bei $\psi = 0,0$ auf 0,85 bei $\psi = 0,3$ (Tabelle 4.5). Bei $\log \epsilon^* = 3,0$ ist die gbt-Struktur voll ausgeprägt. Das äquatoriale Maximum ist zum Hauptmaximum geworden ($Q = 1,2$) und nimmt mit steigendem ψ weiter zu. Bei $\log \epsilon^* = 4,0$ wird Q durch eine Veränderung von ψ nicht mehr stark beeinflußt. Hervorstechendes Merkmal, auch was das Verhältnis zwischen äquatorialem Maximum und subtropischem Maximum betrifft, ist der Übergang von einem globalen zu einem lokalen Wellentyp.

Die Ausführungen haben gezeigt, daß bei gbt-Moden die Anwachsrate auf längenabhängigem Grundstrom größer ist, als für den zonal gemittelten Fall mit längenunabhängigem Grundstrom. Es ist hervorzuheben, daß diese Verstärkung der Moden durch den längenabhängigen Grundwind nur im Zusammenhang mit der Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität aufgetreten ist.

Bei der Kelvinmode mit der Wellenzahl $m = 6$ reicht schon die leichte Längenabhängigkeit des Hintergrundwindes bei $\psi = 0,1$ aus, um eine verhältnismäßig starke Modulation zu erzielen, so daß die Mode zu einem

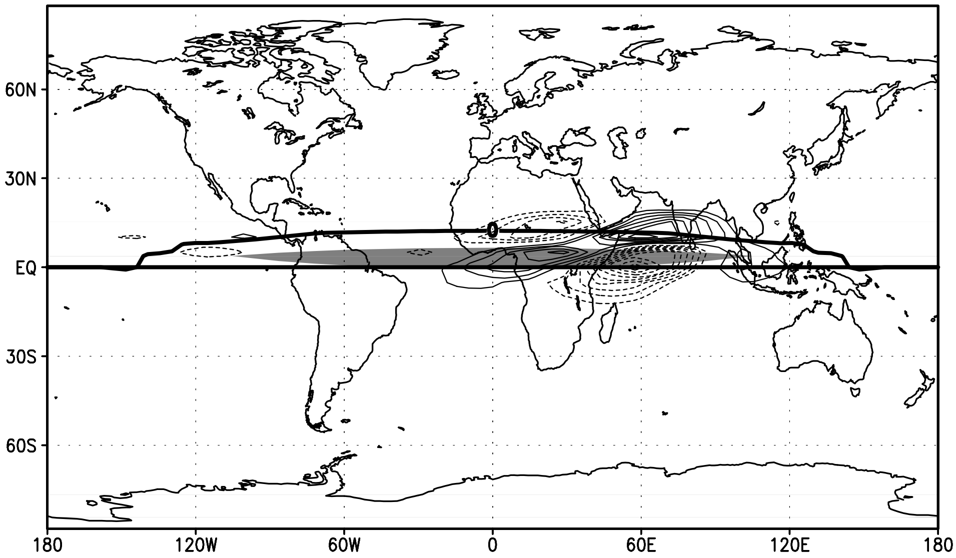

Abbildung 4.7: *Lokale gbt-Mode für Profil C bei $\psi = 0,5$, $\log \epsilon^* = 3,5$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit einer dicken schwarzen Linie umrandet.*

Windprofil		$\log \epsilon^* = 4,0$		
	ψ	τ_P	τ_A	Q
C	0,0	4,6	2,7	0,89
	0,1	7,3	1,6	1,3
	0,3	11,6	1,3 (L)	1,2
	0,5	9,8	1,1 (L)	1,0

Tabelle 4.6: Übersicht über die Perioden (τ_P) und Anwachszeiten (τ_A) für die Wellenzahl $m = 6$. Angaben in Tagen. In der Spalte Q ist das Amplitudenverhältnis zwischen äquatorialem und subtropischem Maximum angegeben. Lokale Moden sind durch (L) gekennzeichnet.

Wellenpaket wird. Die Anwachsrate erfährt dabei einen starken Zuwachs und die Periode verlängert sich (Tabelle 4.6). Bei $\psi = 0,3$ wird sie zu einer lokalen Mode, und für weitere Erhöhung von ψ destabilisiert sich die Mode nur noch in geringem Maße.

[Winter, 1997] führt in seiner Arbeit eine POP-Analyse der meridionalen Windfeldkomponente auf der Basis der ECMWF-Analysen über einen Zeitraum von 10 Jahren durch. Die POP-Analyse ist eine statistische Methode zur Bestimmung zeitabhängiger räumlicher Schwingungsmuster in Datensätzen. Eine Vorstellung des Verfahrens findet sich in [Hasselmann, 1988]. Für die untersuchte Zeitreihe auf dem 200 hPa Druckniveau der Monate August und September der Jahre 1984 bis 1993, bekommt [Winter, 1997] ein Wellenpaket mit einer vorherrschenden Wellenzahl 5 bis 6. Die Rechnungen für Profil C ergeben sehr ähnliche Modenstrukturen. (Da [Winter, 1997] in diesem Fall den Nordsommer untersucht, müssen Nord und Süd zum Vergleich vertauscht werden.) In Abbildung 4.8 ist die Modenstruktur für $\psi = 0,2$ und $\log \epsilon^* = 3,5$ zu sehen. Deutlich ist die gbt-Doppelstruktur der Geopotentialstörung zu erkennen. In Abbildung 4.9 ist zum Vergleich mit der POP-Analyse die dazu gehörige meridionale Windstärke aufgetragen. Das Wellenpaket stimmt mit Winters POP P_{j0} sowohl in der longitudinalen Ausdehnung und Anzahl der Wellenberge, als auch in der meridionalen Phasenneigung überein. Auch die Periode entspricht mit $\tau_P = 7,0$ Tagen dem Ergebnis der POP-Analyse von 6,96 Tagen. Als Anwachszeit dieses Wellenpaketes wurde $\tau_A = 1,8$ Tage ermittelt.

Wie schon bei [Winter, 1997] erwähnt, führt die zeitliche Mittelung von Windfeldern über mehrere Jahre in der Regel dazu, daß die Instabilität der Grundströmung nicht sehr ausgeprägt ist. Die Zeitreihe, die der POP-Analyse zugrunde liegt ist daher nur bedingt für eine Stabilitätsuntersuchung geeignet. Die oben vorgestellten Ergebnisse haben jedoch gezeigt, daß die sich aus der POP-Analyse ergebene Windanomalie auf eine gbt-Mode zurückführen läßt. Bei längenabhängiger Veränderlichkeit des Grundwindes um 20% der zonal gemittelten Windgeschwindigkeit wurde eine sehr gute Übereinstimmung sowohl in der longitudinalen und meridionalen Modenstruktur als auch in der Periode und Anwachsrate der instabilsten Mode erreicht.

Dieses Kapitel hat gezeigt, daß der Einfluß des längenabhängigen Grundwindes auf gbt-Moden in vielen Belangen vergleichbar ist mit den Ergebnissen von [Dunkerton, 1993] für trägheitsinstabile Wellen. Es entwickeln sich Wellenpakete, bei starker Längenabhängigkeit des Grundwindes auch lokale Moden. Das Amplitudenmaximum befindet sich stromab des Instabilitätsmaximums. Die Struktur der gbt-Moden entspricht der einer statistisch ermittelten Windanomalie bei [Winter, 1997]. Es konnte auch gezeigt werden, daß vorhandene Nebenmaxima in der meridionalen Modenstruktur durch den längenabhängigen Grundwind verstärkt werden. Im Unterschied zu nicht gekoppelten Moden besitzen gbt-Moden bei längenabhängigem Grundwind eine höhere Anwachsrate als für den zonal gemittelten Fall mit längenunabhängigem Grundwind.

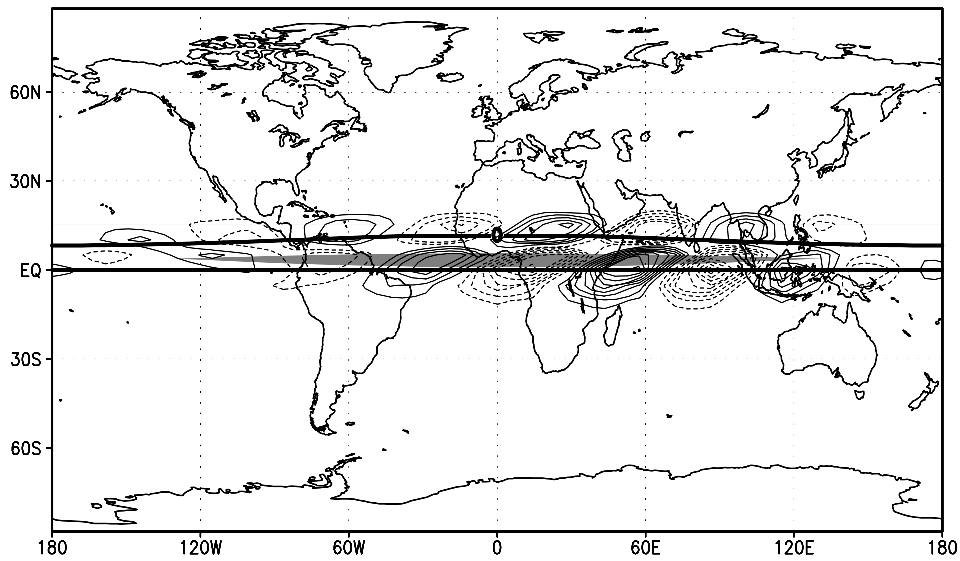

Abbildung 4.8: *gbt-Wellenpaket für Profil C bei $\psi = 0,2$, $\log \epsilon^* = 3,5$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit einer dicken schwarzen Linie umrandet.*

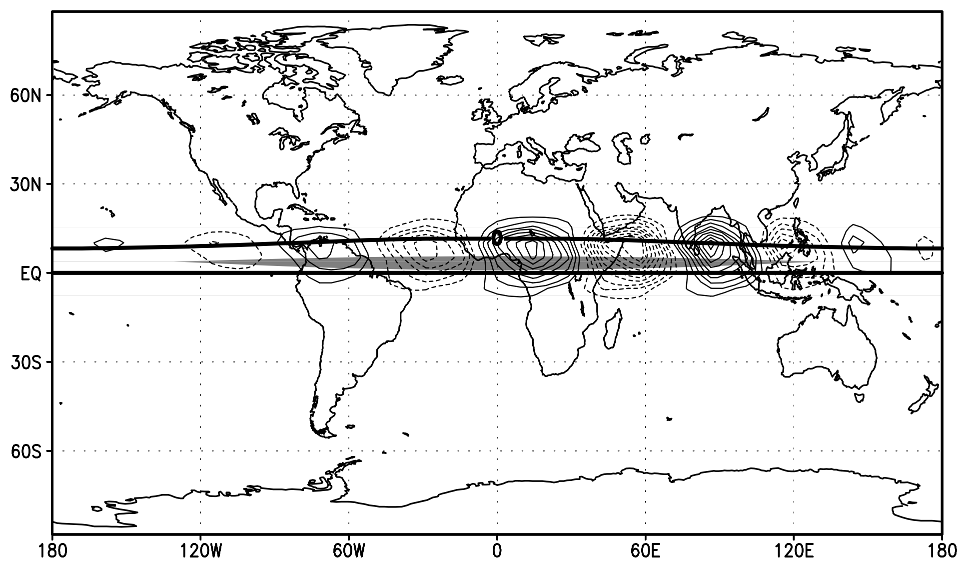

Abbildung 4.9: *gbt-Wellenpaket für Profil C bei $\psi = 0,2$, $\log \epsilon^* = 3,5$. Zum Vergleich mit [Winter, 1997] ist hier der normierte meridionale Wind dargestellt. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit einer dicken schwarzen Linie umrandet.*

5 Längenunabhängiges Instabilitätsproblem am Mesosphärenjet

Nachdem im vorhergehenden Kapitel instabile Wellen für troposphärische Windsituationen diskutiert worden sind, wendet sich dieses Kapitel der Mesosphäre zu. Die Mesosphäre ist für die Diskussion instabiler gbt-Moden besonders interessant, weil dort für eine Zeit von ein bis zwei Monaten nach den Sonnenwenden solche Bedingungen auftreten, daß sowohl Trägheitsinstabilität als auch barotrope Instabilität im zonalen Mittel existieren können. Die Trägheitsinstabilität in der unteren Mesosphäre entsteht dadurch, daß sich der mesosphärische Strahlstrom über den Äquator hinweg ausdehnt. Bedingt durch die Steilheit der Jetflanke, ist barotrope Instabilität dort auch im zonalen Mittel oder zumindest über einen großen Längenbereich gegeben. Solche Bedingungen berechtigen, anders als in der Troposphäre, zu Instabilitätsanalysen mit zonal gemitteltem Hintergrundwind. Die Instabilität des Grundwindes unterliegt zwar einer Längenabhängigkeit. Da man durch die Lösung des Instabilitätsproblems bei längenabhängigem Grundwind nicht alle Lösungen angeben kann, soll das Instabilitätsproblem in der unteren Mesosphäre in diesem Kapitel zunächst für längenunabhängigen Grundwind betrachtet werden.

5.1 Gekoppelt instabile Moden

Die Grundlage bilden NCAR-NCEP-Analysen, für die zahlreiche Grundwindprofile gewonnen wurden. Die Grundwindfelder der Analysen wurden durch Kurvenfits für die Instabilitätsrechnungen vorbereitet. Hierzu wurde das oberste Niveau (1 mb) benutzt, da dort die höchste Instabilität auftritt. Dieses Niveau liegt an der unteren Grenze der Instabilitätsgebiete am Mesosphärenjet. Es fanden sich nur wenige Extremfälle, die auf diesem Niveau sowohl barotrop instabil als auch trägheitsinstabil sind. Ein solcher Extremfall, mit sowohl barotroper Instabilität als auch Trägheitsinstabilität im zonalen Monatsmittel auf dem 1 mb Niveau, war der Januar 1981.

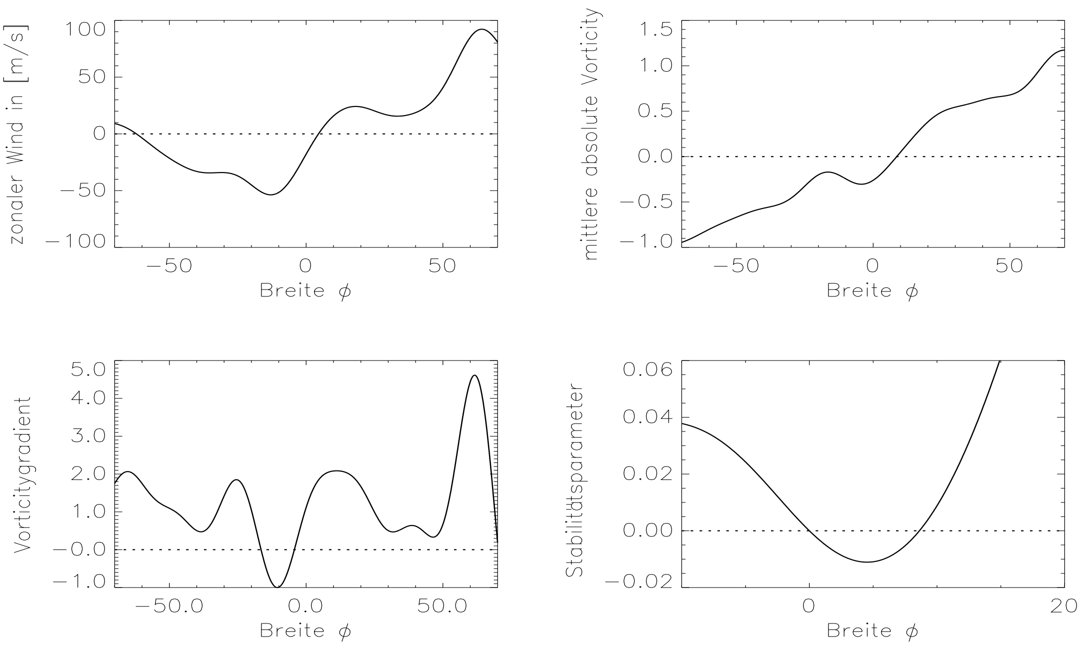

Abbildung 5.1: *Grundwind im Januar 1981 auf dem 1 mb Druckniveau. Gezeigt sind zonaler Wind, Vorticity, meridionaler Vorticitygradient (Gleichung 1.13) und Stabilitätsparameter (Gleichung 1.5)*

Abbildung 5.1 zeigt das entsprechende Grundwindprofil. Im ersten Bild ist der zonale Wind in Abhängigkeit von der geographischen Breite aufgetragen. Das zweite Bild zeigt die daraus resultierende absolute Vorticity. Bild drei und vier geben Auskunft über die in Abschnitt 1.2 vorgestellten Instabilitätskriterien. Der Indikator für das Auftreten von barotroper Instabilität, der meridionale Vorticitygradient (Gleichung 1.13) ist in Bild drei aufgetragen, sowie der Stabilitätsparameter für Trägheitsinstabilität (Gleichung 1.5) in Bild vier. Aus Bild drei und vier ist ersichtlich, daß für diesen Grundstrom die Voraussetzung für sowohl barotrope Instabilität als auch Trägheitsinstabilität im zonalen Mittel erfüllt sind. Der Vorticitygradient nimmt zwischen 4°S und 16°S negative Werte an, und der Stabilitätsparameter ist zwischen dem Äquator und 8°N negativ. Dieses Grundwindprofil ist jedoch ein Extremfall. Die größte Instabilität am Mesosphärenjet tritt oberhalb dieses Niveaus auf (siehe z.B. [Limpasuvan et al., 2000a]), und der Zustand, der auf dem 1 mb Niveau in der Regel nur zeitlich oder räumlich begrenzt auftritt, ist auf höheren Niveaus auch im zonalen Monatsmittel gegeben.

Bei dem hier untersuchten Hintergrundwind existiert eine Vielzahl instabiler Moden unterschiedlichen Charakters: barotrope Moden, Kelvinmoden, Rossby-Schwerewellen, Schwerewellen und eine zusätzliche Klasse mesosphärischer Moden, die in der Troposphäre nicht auftreten. Bei diesen Modenklassen handelt es sich um Mehrfachlösungen, die nebeneinander existieren (Übersichtsbild dazu im Anhang: Abbildung A.1).

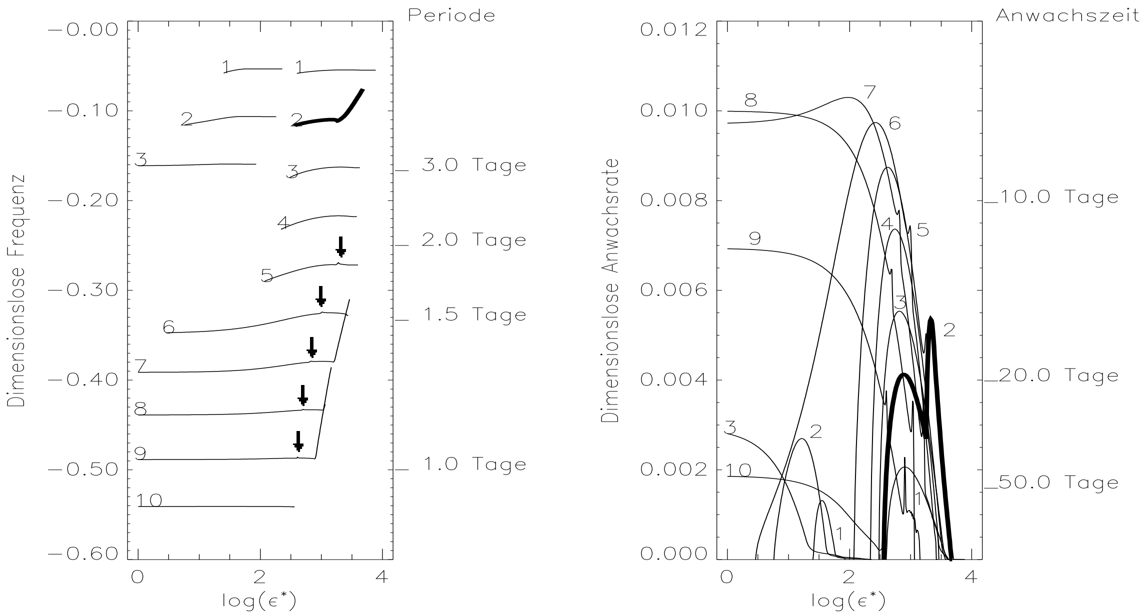

Abbildung 5.2: *Frequenzen und Anwachsraten der barotrop instabilen Moden für den Grundwind in Abbildung 5.1. Schwer erkennbare Spitzen in der Darstellung der Frequenz sind durch Pfeile gekennzeichnet. Die divergenzbehaftete Mode mit der Wellenzahl $m = 2$ ist durch Fettdruck hervorgehoben.*

Die barotrop instabilen Moden (Abbildung 5.2) teilen sich auf in einen schwach divergenten Zweig mit den Wellenzahlen 1 bis 3 und in einen stark divergenzbehafteten Zweig (vgl. [Dunkerton, 1990]) mit den Wellenzahlen 1 bis 10. Ähnlich wie bei Fall 2 in WS98 tritt schwache Modenkopplung auf. Das zeigt sich daran, daß die Anwachsrate in Abhängigkeit vom Parameter ϵ Spitzen aufweist, die mit dem Auftreten von Nebenmaxima in der meridionalen Eigenfunktion verbunden sind (Abbildung 5.3 links). Die Modenstruktur der Wellenzahl $m = 5$ besitzt bei $\log \epsilon^* \approx 3,25$ ein Nebenmaximum am Äquator, verbunden mit Spitzen in der Periode (Abbildung 5.2) und Anwachsrate (durch $m = 2$ verdeckt). Dieses Verhalten

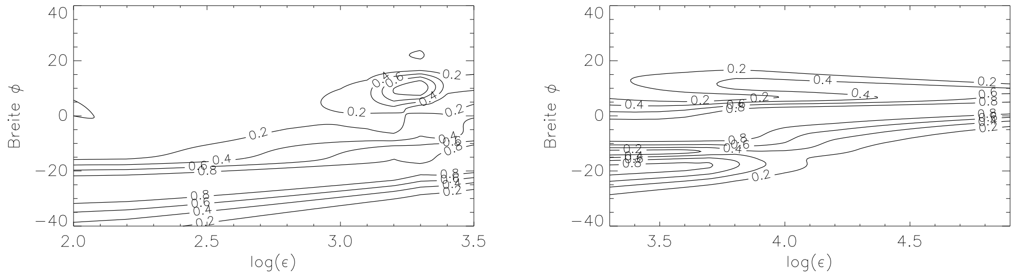

Abbildung 5.3: *Normiertes Geopotential in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter ϵ und von der Breite φ für die Wellenzahl $m = 5$. Links ist die barotrop instabile Mode dargestellt und rechts die Rossby-Schwerewelle.*

ist bei der Wellenzahl $m = 2$ am stärksten ausgeprägt (in Abbildung 5.2 hervorgehoben).

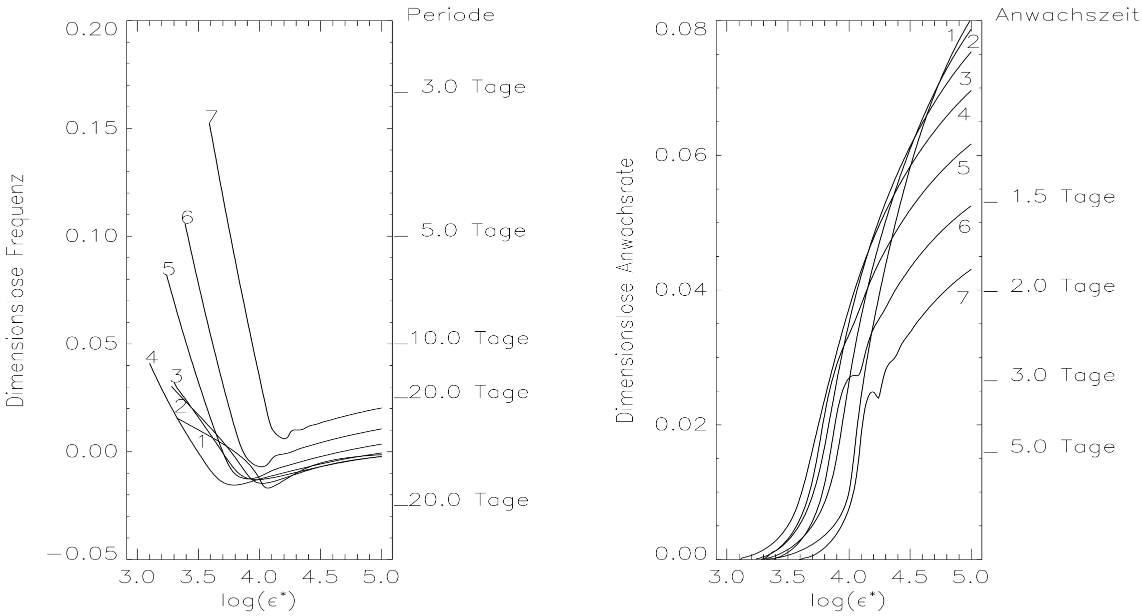

Abbildung 5.4: *Frequenzen und Anwachsraten der gbt-Moden für den Grundwind in Abbildung 5.1. Die gbt-Moden bestehen aus den Kelvinwellen $m = 1$ bis $m = 4$, der Rossby-Schwerewelle $m = 5$ und reinen Schwerewellen mit $m = 6$ und $m = 7$*

Wie bei WS98 weisen in den verschiedenen Modenklassen einige Moden für $\log \epsilon^* > 3,7$ einen sehr großen Anstieg der Anwachsrate auf. Die Anwachszeiten erreichen dabei fast $\tau_A = 1$ Tag, und die Frequenz konvergiert gegen die Nulllinie. Es findet sich dabei immer nur eine Mode für jede Wellenzahl, die diese Eigenschaften hat. Faßt man diese Moden zu einer neuen Modenklasse zusammen, erhält man wie WS98 eine gbt-Modenklasse (Abbildung 5.4). Dabei stammen in diesem Fall die Wellenzahlen 1 bis 4 von den Kelvinmoden, $m = 5$ ist eine Rossby-Schwerewelle, und $m = 7$ und $m = 8$ sind äquatoriale Schwerewellen. Anders als in der Troposphäre tragen die barotrop instabilen Wellen nicht bei. In Abbildung 5.3 rechts ist die meridionale Geopotentialstruktur der Rossby-Schwerewelle mit $m = 5$ in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter dargestellt. Die Struktur entspricht für kleine $\log \epsilon^*$ den Rossby-Schwerewellen mit $m \neq 5$. Für $\log \epsilon^* > 3,7$ ändert sich die Modenstruktur grundlegend, und die Mode nimmt die typische gbt-Doppelstruktur mit einem äquatorialen und einem subtropischen Maximum auf der Winterhemisphäre an.

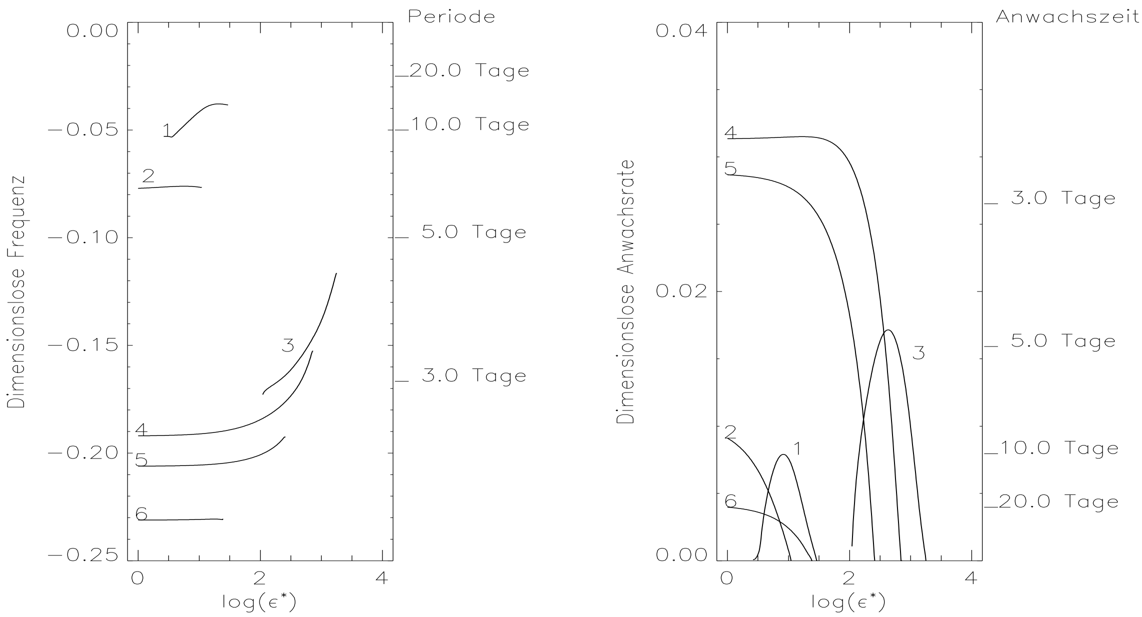

Abbildung 5.5: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für den Grundwind in Abbildung 5.1.*

Kurze Anwachszeiten von unter 3 Tagen und Wellen mit Doppelstruktur finden sich auch bei der mesosphärischen Modenklasse (Abbildung 5.5). Die Perioden liegen nahe der Perioden der barotrop instabilen Moden mit der entsprechenden Wellenzahl. Auffällig ist, daß die Wellenzahl $m = 3$ nur auf einem Intervall von $2,00 \leq \log \epsilon^* \leq 3,24$ instabil ist. Gegen eine Einordnung in die barotrop instabile Modenklasse sprechen neben den um das zwei- bis dreifache höheren Anwachsraten (vgl. Abb. 5.5 mit Abb. 5.2) vor allem die unterschiedlichen Modenstrukturen. Dabei ist die Struktur der mesosphärischen Moden ist innerhalb der Modenklasse sehr inhomogen, wie im folgenden erläutert wird. Die Wellenzahlen 1 und 2 sind von Rossbywellen-typischen Wirbeln in den mittleren Breiten gekennzeichnet. Mit steigendem ϵ verschiebt sich die Struktur näher an den Äquator (Abbildung 5.6). Die Wellenzahl $m = 2$ besitzt ein schwaches äquatoriales Nebenmaximum, das sich mit wachsendem ϵ verstärkt. Die Wellenzahlen 5 und 6 sind äquatorial gebundene Wellen (Abbildung 5.9). Die Wellenzahl $m = 5$ hat ihr Maximum etwa 5° südlich des Äquators und erstreckt sich über ein Breitenband von etwa 30°. Daneben besitzt sie noch ein schwaches subtropisches Nebenmaximum bei 23°N. Die Amplitude dieses Nebenmaximums nimmt bei Erhöhung von $\log \epsilon^*$ ab. Die Wellenzahlen 3 und 4 stellen den Übergang zwischen barotrop instabilen Wellen und trägheitsinstabilen Wellen dar (Abbildung 5.7 und Abbildung 5.8). Sie haben eine Doppelstruktur mit je einem Maximum in den Subtropen und in den Tropen. Diese Struktur ist typisch für gbt-Moden. Aus den Windpfeilen ist die Windstruktur der Moden ersichtlich. Wirbeln, deren Mittelpunkt zwischen dem Äquator und etwa 10°N liegt, ist südlich des Äquators eine longitudinale Wellenstruktur überlagert. Wie bei WS98 bemerkt stehen die Windpfeile in einem Band um den Äquator nahezu senkrecht zu den Isolinien des Geopotentials, und zwar ist die Strömung entgegen dem Druckgradienten aus den Tiefdruckgebieten heraus und in die Hochdruckgebiete hinein gerichtet. Das Zusammenwirken des Rossby-Wellenanteils und des trägheitsinstabilen Wellenanteils scheint hier einen Austausch zwischen der nördlichen und südlichen Hemisphäre zu ermöglichen. Die Instabilität der Wellenzahl $m = 3$ ist am höchsten bei $\log \epsilon^* = 2,63$ mit einer Anwachszeit τ_A von knapp 5 Tagen. Für diese Parameterwahl ist auch die Doppelstruktur voll ausgeprägt. Bei kleinerem ϵ ist das subtropische Maximum vorherrschend, bei größerem ϵ überwiegt das äquatoriale Maximum (Abbildung 5.7). Dieses charakteristische Verhalten zeigt auch die Wellenzahl $m = 4$ (Abbildung 5.8). Für das Intervall von $\log \epsilon^*$, in dem die Anwachsrate mit ϵ zunimmt, liegt das Hauptmaximum in den Subtropen, bei der maximalen Anwachsrate hat die Mode eine Doppelstruktur, und für das Intervall von $\log \epsilon^*$, in dem die Anwachsrate mit ϵ abnimmt, liegt das Hauptmaximum am Äquator.

Bei mesosphärischem Grundwind konnte wie bei troposphärischem Grundwind (WS98) die Koexistenz von verschiedenen instabilen Moden gezeigt werden. Diese Mehrfachlösungen können in Modengruppen zusammengefaßt werden. Es treten schwach und stark divergenzbehaftete barotrop instabile Moden, instabile Kelvinmoden, instabile Rossby-Schwerewellen und instabile Schwerewellen auf. Einzelne Moden aus verschiedenen Modenklassen weisen für große $\log \epsilon^*$ ein für ihre Modenklasse untypisches Verhalten auf und bekommen dabei sehr hohe Anwachsraten. Dieses Verhalten ist bedingt durch

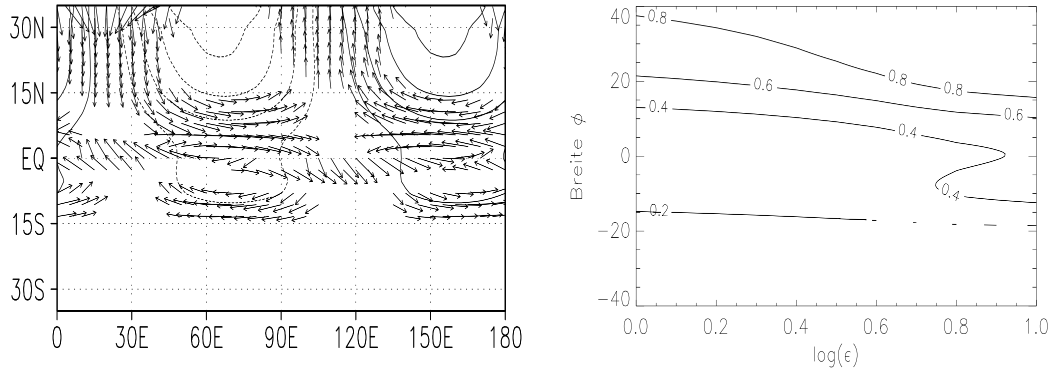

Abbildung 5.6: *Geopotential und Windfelder für die Wellenzahl* $m = 2$ *bei* $\log \epsilon^* = 0,2$ *(links) und die meridionale Geopotentialstruktur in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter* ϵ *(rechts)*

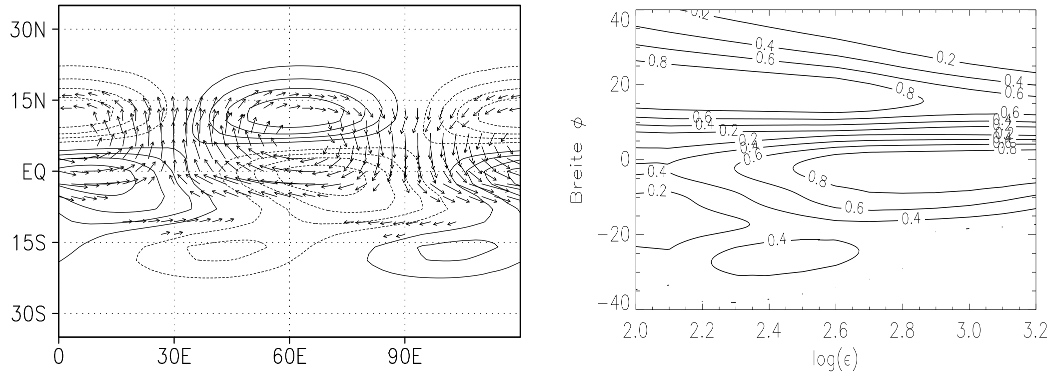

Abbildung 5.7: *Geopotential und Windfelder für die Wellenzahl* $m = 3$ *bei* $\log \epsilon^* = 2,6$ *(links) und die meridionale Geopotentialstruktur in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter* ϵ *(rechts)*

die Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität, und die Moden lassen sich zu einer Klasse von gbt-Moden zusammenfassen. Zusätzlich zu den genannten, auch in der Troposphäre nachgewiesenen Modenklassen wurde in der Mesosphäre noch eine weitere Modenklasse gefunden. Diese mesosphärische Modenklasse ist gekennzeichnet durch hohe Anwachsraten und, besonders für die Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ durch eine für gbt-Moden typische Modenstruktur.

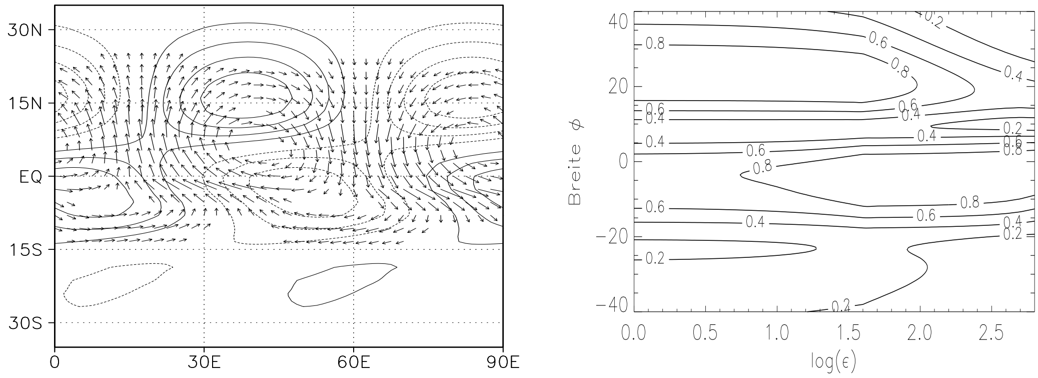

Abbildung 5.8: *Geopotential und Windfelder für die Wellenzahl* $m = 4$ *bei* $\log \epsilon^* = 0,5$ *(links) und die meridionale Geopotentialstruktur in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter* ϵ *(rechts)*

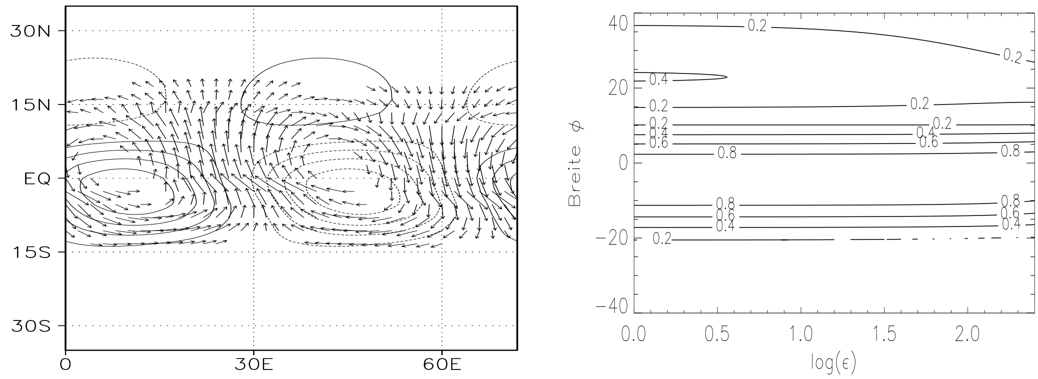

Abbildung 5.9: *Geopotential und Windfelder für die Wellenzahl* $m = 5$ *bei* $\log \epsilon^* = 0,5$ *(links) und die meridionale Geopotentialstruktur in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter* ϵ *(rechts)*

5.2 Die äquatoriale Zweitagewelle

In diesem Abschnitt wird die Hypothese aufgestellt, daß es sich bei den Wellenzahlen 3 und 4 der mesosphärischen Modenklasse um die sogenannte Zweitagewelle handelt. Die Zweitagewelle wird damit in eine Klasse von mesosphärischen Moden eingeordnet. [Limpasuvan et al., 2000a] untersuchen in Beobachtungen des UARS-Satelliten die Varianz der Wellenzahlen 3 und 4 bei einer Periode von zwei Tagen (Abbildung 5.10). Die beobachteten Zweitagewellen haben eine ähnliche Struktur wie die in Abbildung 5.7 und 5.8 gezeigten mesosphärischen Moden. Das Maximum der Varianz liegt für beide Wellenzahlen zwischen dem Äquator und 20°S. Teilweise existiert noch ein Nebenmaximum südlich des Hauptmaximums. Ob ein Nebenmaximum auf der Nordhemisphäre existiert, läßt sich durch die Nichtabdeckung der Breiten nördlich von 28°N nicht erkennen.

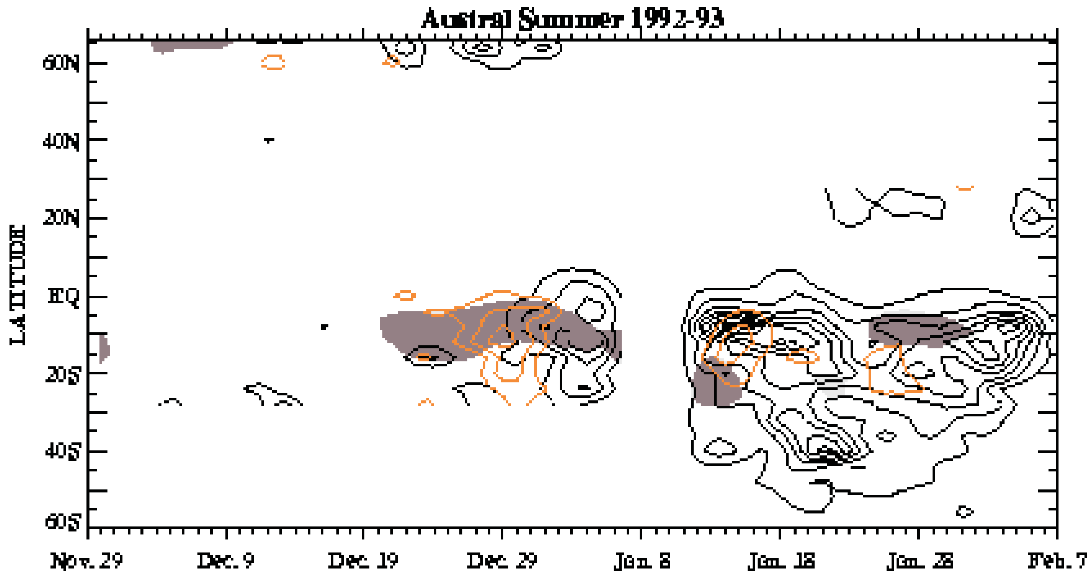

Abbildung 5.10: *Temperaturvarianz der Zweitagewellen für die Wellenzahlen 3 (schwarze Konturlinien) und 4 (graue Konturlinien) (Bild aus [Limpasuvan et al., 2000a]). Die Konturen haben den Abstand von 1* K^2. *Regionen mit negativem Vorticitygradienten sind schattiert dargestellt.*

Auch für die anderen Wellenzahlen der mesosphärischen Modenklasse gibt es Beobachtungsnachweise. Eine Zweitagewelle mit der Wellenzahl $m = 5$ wird nur bei [Norton & Thuburn, 1996] erwähnt. Die Wellenzahlen $m = 1$ und $m = 2$ sind aufgrund ihrer längeren Perioden bisher wenig mit der Zweitagewelle in Verbindung gebracht worden. Es wurden aber in mehreren Fällen im Zusammenhang mit der Zweitagewelle westumlaufende Wellen mit $m = 1$ und $m = 2$ und Perioden um 5 bis 15 Tagen beobachtet [Randel & Gille, 1991], [Orsolini et al., 1997], [Lieberman, 1999].

Es ist von Interesse, in welcher Eigenschaft sich der Grundwind in der Troposphäre und unteren Mesosphäre unterscheiden, daß in der Mesosphäre eine zusätzliche Modenklasse auftritt, die in der Troposphäre nicht beobachtetet wird. Zu diesem Zweck wird das Instabilitätsproblem ausgehend von Fall 3 bei WS98 für Grundwindprofile gelöst, die der Form

$$U_0(\varphi) = \frac{\bar{u}}{2}\left[\tanh\left(\frac{\varphi - \varphi_0}{\varphi_1}\right) + c\right] \cdot \cos\varphi \tag{5.1}$$

entsprechen. Der Grundwind in der Mesosphäre unterscheidet sich von dem in der Troposphäre nicht nur durch die höhere Windgeschwindigkeit, sondern auch durch die östlichen Winde auf der Sommerhemisphäre. Der Übergang von troposphärischen zu mesosphärischen Bedingungen soll in zwei Schritte geteilt werden. Der erste Schritt ist eine Verdoppelung der Windgeschwindigkeit des troposphärischen Windprofils Fall 3 (Abbildung B). Es sind $\bar{u} = 80$ m/s und $c = 1$. Im zweiten Schritt erfolgt eine Verschiebung zu östlichen Winden. Durch die Wahl der Parameter zu $\bar{u} = 70$ m/s und $c = -5/7$ mit $\varphi_0 = 0°$ und $\varphi_1 = 9°$ wurde ein typisches Januar-Monatsmittel Grundwindprofil nachempfunden.

Die höhere Windgeschwindigkeit führt zu einer weiteren Destabilisierung des Grundstroms. Die Moden entsprechen qualitativ denen für Fall 3. Die Periode sowohl der barotropen Moden als auch der Kelvinmoden und Rossby-Schwerewellen hat sich verkürzt, und ihre Anwachsrate hat sich vergrößert. Die mesosphärischen Moden lassen sich jedoch noch nicht nachweisen.

Erst der Schritt zu östlichen Winden auf der Sommerhemisphäre erzeugt diese Modenklasse. Für diesen idealisierten Grundwind ergeben sich für die Moden dieser Klasse Perioden bei 2 bis 4 Tagen und Anwachszeiten τ_A um 10 Tage bis 20 Tage (Abbildung 5.11). Bei den barotrop instabilen Moden und den Kelvinmoden, die auch bei reinem Westwind ($c = 1$) auftreten, bewirkt der Übergang zu östlichem Wind eine Frequenzverschiebung der Wellenstörungen zu kleineren Frequenzen als im vorhergehenden Fall bis hin zu westumlaufenden Moden mit negativer Frequenz (nicht gezeigt).

Es hat sich also gezeigt, daß die mesosphärische Modenklasse auch bei tanh-förmigen Grundwindprofilen auftritt, die sowohl barotrop instabil als auch trägheitsinstabil sind, wenn diese auf der Sommerhemisphäre ausreichend starken Ostwind besitzen. Der Entstehungsmechanismus der mesosphärischen Modenklasse ist also auf die Eigenschaften dieses einfachen tanh-Grundwindprofiles zurückzuführen. Diese Eigenschaften sind barotrope Instabilität an der äquatorseitigen Flanke des Mesosphärenjets, Trägheitsinstabilität durch Windscherung in den Tropen und östliche Grundströmung auf der Sommerhemisphäre.

Es wurden zwölf Fallbeispiele untersucht, um die aufgestellte Hypothese zu untermauern, daß gekoppelte barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität ein Mechanismus ist, der die Zweitagewelle erzeugt. Aus

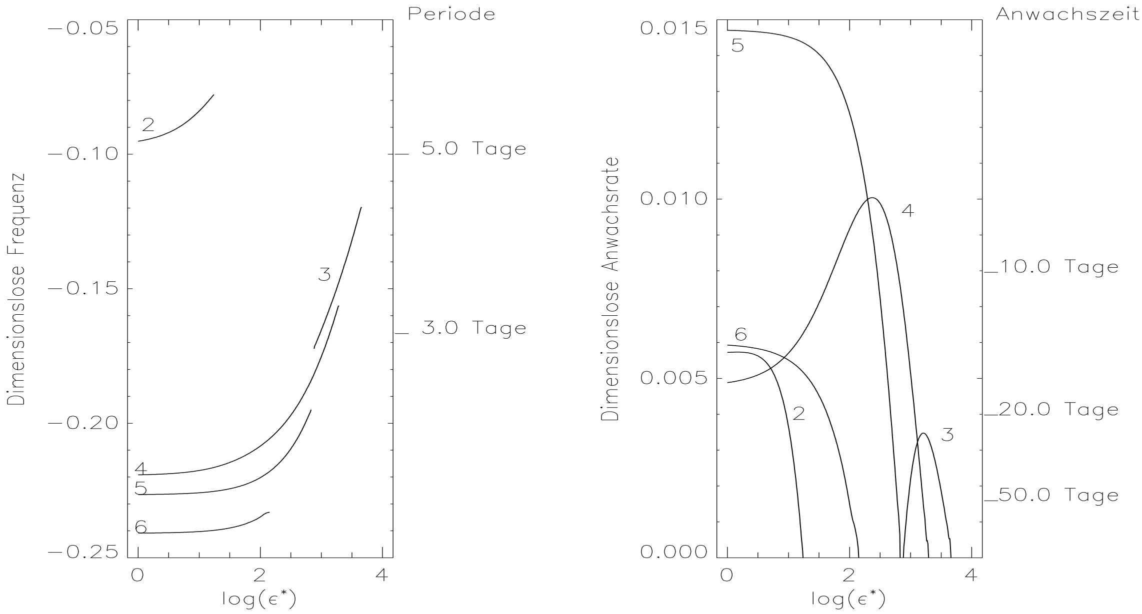

Abbildung 5.11: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für* $U_0 = \frac{70m/s}{2}\left[\tanh\left(\frac{\varphi - 0°}{9°}\right) - \frac{5}{7}\right] \cdot \cos\varphi$.

[Limpasuvan et al., 2000a] wurden charakteristische Zeiträume bestimmt, in denen ein starkes Anwachsen der m=3 oder m=4 Amplitude der Zweitagewelle beobachtet wurde (siehe Abbildung 5.10). Für den Grundwind dieser Zeiträume wurde das Instabilitätsproblem gelöst. Die Hintergrundwindprofile wurden aus UKMO-Reanalysen [Swinbank & O'Neill, 1994] auf dem 0,416 mb Niveau gewonnen. Im Hinblick darauf, daß die gleichen Fallbeispiele auch mit längenabhängigem Grundwind untersucht werden sollen, wurde jeweils über einen Zeitraum von sechs Tagen gemittelt. So ließen sich einerseits kurzperiodische Schwankungen herauszufiltern, die das Ergebnis verfälschen könnten. Andererseits ist ein Zeitraum von sechs Tagen kurz genug, um einen für die Wachstumsphase der Zweitagewelle charakteristischen Grundwind zu erhalten. Im folgenden werden vier repräsentative Fallbeispiele vorgestellt: eine Periode mit vorherrschender zonaler Wellenzahl 3: 11.-16.1.1993, eine Periode mit vorherrschender zonaler Wellenzahl 4: 24.-29.12.1992 und eine Periode, während der trotz des Vorhandenseins von sowohl Trägheitsinstabilität als auch barotroper Instabilität keine Zweitagewelle mit den Wellenzahlen 3 oder 4 aufgetreten ist: 3.-8.12.1993. Für die Periode vom 11.-16.1.1993 wird zusätzlich ein lokales Grundwindprofil untersucht, das die hohe Instabilität des Grundwindes über Ostasien beschreibt.

5.2.1 Fallbeispiel 11. - 16. Januar 1993

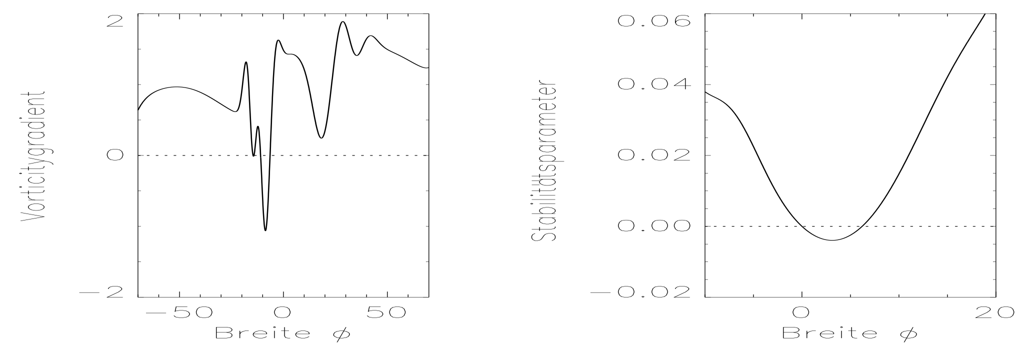

Abbildung 5.12: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für den zonal gemittelten Grundwind vom 11.1.-16.1.1993*

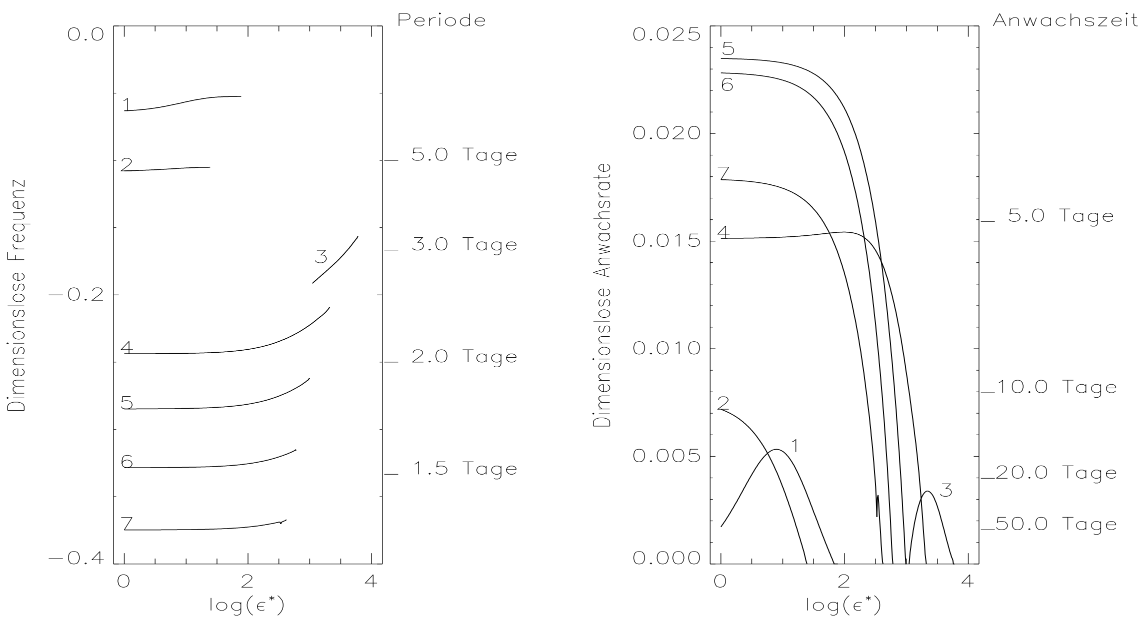

Abbildung 5.13: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil vom 11.1.-16.1.1993*

In der Zeit vom 11. - 16. Januar 1993 finden [Limpasuvan et al., 2000a] einen abrupten Anstieg an Wellenaktivität einer Zweitagewelle mit der Wellenzahl $m = 3$. Der zonal gemittelte Hintergrundwind besitzt zwischen 6°S und 11°S

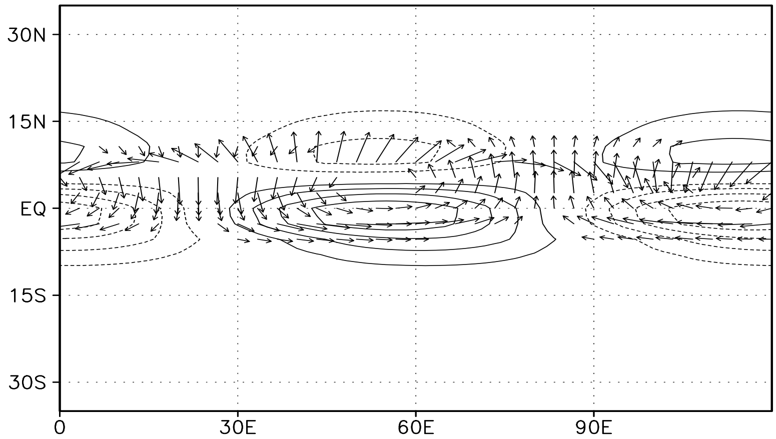

Abbildung 5.14: *Horizontale Modenstruktur der Wellenzahl 3 bei* $\log \epsilon^* = 3,4$. *Die Konturlinien zeigen das normierte Geopotential.*

einen schmalen Streifen, auf dem der Vorticitygradient negativ wird (Abbildung 5.12). Trägheitsinstabilität existiert zwischen dem Äquator und 7°N. Von der mesosphärischen Modenklasse konnten für diesen Grundwind instabile Wellen mit den Wellenzahlen 1 bis 7 nachgewiesen werden (Abbildung 5.13). Die Perioden der Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ liegen zwischen 2 und 3 Tagen. Das ist etwas länger als in der Beobachtung. Die anderen Wellenzahlen, die von [Limpasuvan et al., 2000a] nicht behandelt werden, haben Perioden um 10 Tagen ($m = 1$), 5 Tagen ($m = 2$) und 1,7 bis 1,3 Tagen ($m = 5$ bis 7). Die Anwachszeiten liegen um $\tau_A \approx 5$ Tage. Anders als in der Beobachtung erreicht die Anwachsrate der Wellenzahl $m = 3$ bei der linearen Instabilitätsrechnung nur knapp $\tau_A \approx 20$ Tage. Die höheren Anwachsraten treten bei den Wellenzahlen 4 bis 7 auf. Man muß jedoch berücksichtigen, daß die vertikale Wellenlänge der Zweitagewelle bei 5 bis 14 Kilometern liegt. Dies entspricht etwa einem Intervall von $\log \epsilon^*$ zwischen 2 und 3. Für solch kurze vertikale Wellenlängen nehmen die Anwachsraten der Moden mit $m \geq 5$ stark ab. Die Wellenzahl $m = 3$ besitzt jedoch ihre höchste Instabilität bei $\log \epsilon^* \geq 3,2$. Trotzdem kann die lineare Instabilitätsrechnung in diesem Fall mit einer Anwachszeit von gut 20 Tagen nicht den abrupten Anstieg der Wellenaktivität in den Beobachtungen erklären kann. Hierzu bedürfte es einer nichtlinearen Betrachtung. Die Wellenzahl $m = 3$ weist auch in weiteren Fallbeispielen eine deutlich kleinere Anwachsrate auf, als sich aus den Beobachtungen der Zweitagewelle für die jeweilige Periode erwarten läßt. Es gibt jedoch auch Gegenbeispiele mit hohen Anwachsraten für die Wellenzahl

$m = 3$, wie z.B. den Zeitraum vom 12.-17. Januar 1995 (nicht gezeigt).

In Abbildung 5.14 ist die Geopotentialstruktur der Wellenzahl 3 dargestellt. Sie besteht aus einem Maximum leicht südlich des Äquators mit einem Nebenmaximum bei 13°N. Das Nebenmaximum erreicht etwa 50 % der Maximalamplitude. Die Moden mit größeren Wellenzahlen besitzen kein Nebenmaximum sondern nur ein äquatoriales Maximum. Die Doppelstruktur in der Geopotentialstörung ist ein Anzeichen für das Auftreten gekoppelter Instabilität bei der Wellenzahl 3. Diese kann aber für den zonal gemittelten Fall nicht alleine die hohen Anwachsraten erklären, die für die Zweitagewelle beobachtet wurden. Der Hintergrundwind unterliegt jedoch auch in der Mesosphäre einer Variation mit der geographischen Länge. Diese wird vornehmlich von der Wellenzahl 1 bestimmt. Die Region der höchsten Instabilität findet sich in den meisten Fällen bei 120°O über Südostasien. Benutzt man ein lokales meridionales Windprofil aus dieser Region und ersetzt damit das zonale Mittel, so ergeben sich bei der Eigenwertbestimmung weit höhere Anwachsraten als für den zonal gemittelten Fall. Besonders bei der Wellenzahl 3 kann die Anwachsrate dabei bis auf das zehnfache ansteigen.

5.2.2 Fallbeispiel mit lokalem Grundwind

Der direkte Nachweis einer Zweitagewelle mit der Wellenzahl 3 und einer durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes bewirkten höheren Anwachsrate wurde durch die Überlagerung mit lokalen Moden verwehrt, wie in Kapitel 6 gezeigt wird. Als indirekter Nachweis wurde für den 11. - 16. Januar 1993 das längenunabhängige Instabilitätsproblem mit dem lokal bei 120°O gemessenen Windprofil gelöst. Das Gebiet mit Umkehr des Vorticitygradienten hat sich hier im Vergleich zum zonalen Mittel von 4° auf 8° verbreitert (Abbildung 5.15). In Abschnitt 5.3 wird sich herausstellen, daß diese meridionale Verbreiterung von Bedeutung ist. Die maximale Trägheitsinstabilität ist ebenfalls um 50 % erhöht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.16 angegeben.

Im Vergleich zum zonal gemittelten Grundwind hat sich die Anwachsrate der Wellenzahl 3 verdreifacht. Die Wellenzahl 3 besitzt für $\log \epsilon^* \geq 2,7$ die höchste Instabilitätsrate mit $\tau_A \approx 8$ Tage. Für $\log \epsilon^* < 2,7$ ist die Wellenzahl 4 am instabilsten. Die Anwachsrate der Wellenzahl 4 ist im Vergleich zum zonal gemittelten Fall gestiegen, während die höheren Wellenzahlen an Instabilität verloren haben. Die Anwachsrate der Wellenzahl 5 ist nur leicht gefallen, aber die Anwachsrate der Wellenzahl 6 hat sich halbiert, und die Wellenzahl 7 wächst zehnmal langsamer. Die Periodendauer aller Wellenzahlen haben sich im Vergleich zum zonal gemittelten Grundwind leicht verlängert.

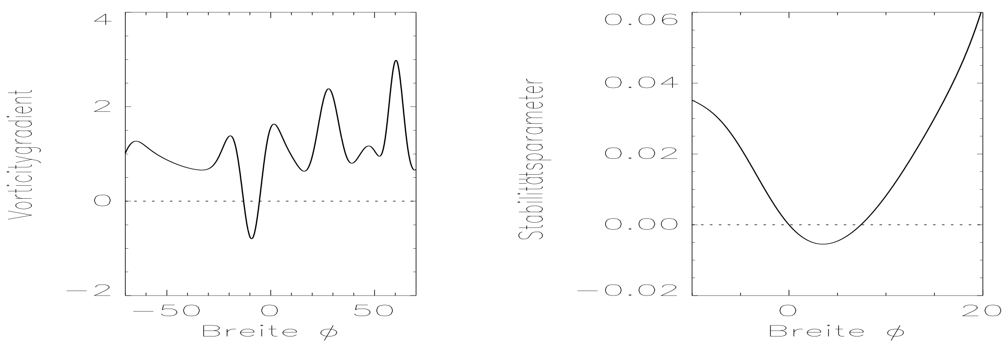

Abbildung 5.15: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für den Grundwind vom 11.1.-16.1.1993 bei* 120° *O*

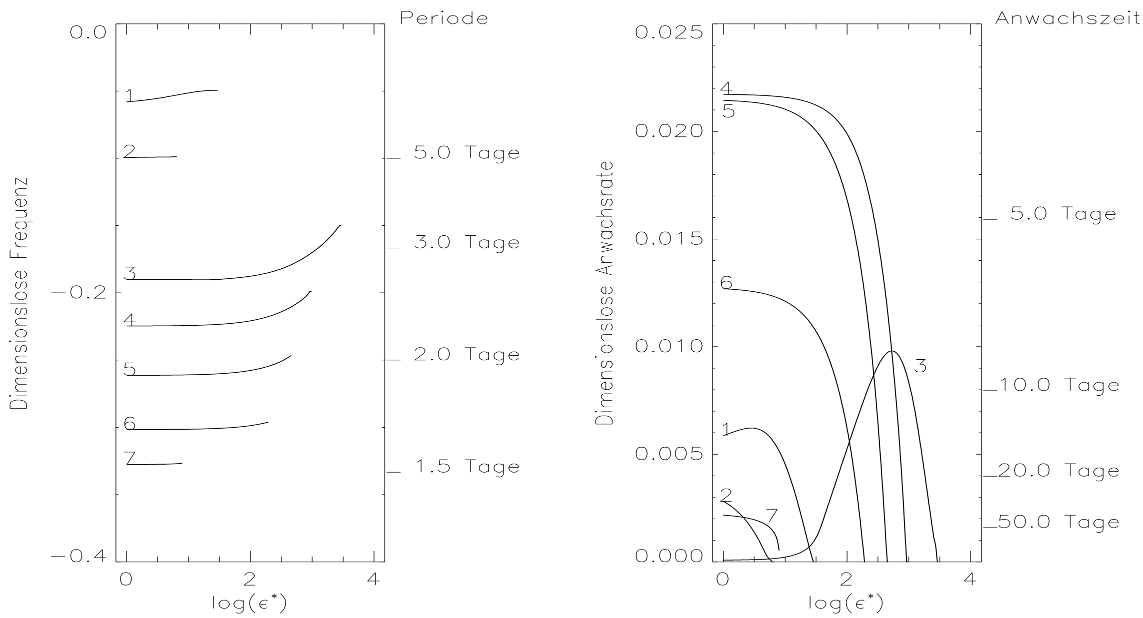

Abbildung 5.16: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das lokale Windprofil vom 11.1.-16.1.1993 bei* 120° *O*

Diese Ergebnisse zeigen, daß leichte Veränderungen am Grundwindprofil zu einer selektiven Verstärkung der Wellenzahlen 3 und 4 führen. Diese Veränderungen im Grundwind sind nicht willkürlich gewählt worden, sondern sie entsprechen der längenabhängigen Variabilität des gemessenen Grundwindes. Der Ansatz, das Instabilitätsproblem für lokale meridionale Windprofile als zonales Pseudo-Mittel zu lösen wurde auch schon von [Winter, 1997] gegangen. Zweifel an seiner Zulässigkeit lassen sich jedoch nur durch Betrachtungen mit längenabhängigem Grundwind ausräumen. In Kapitel 4 wurde bereits gezeigt, daß die Anwachsrate von gbt-Moden bei Längenabhängigkeit des Grundwindes größer sein kann als im gleichen Fall ohne Längenabhängigkeit. In Kapitel 6 wird dieses an einem Beispiel auch für die mesosphärische Modenklasse gezeigt. Weiter wird in Abschnitt 5.3 die selektive Verstärkung der Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ im Vergleich zu den Rechnungen mit zonal gemitteltem Grundwind durch die Sensitivitätsuntersuchungen auf die meridionale Verbreiterung des Gebietes mit Vorticityumkehr zurückgeführt.

5.2.3 Fallbeispiel 24. - 29. Dezember 1992

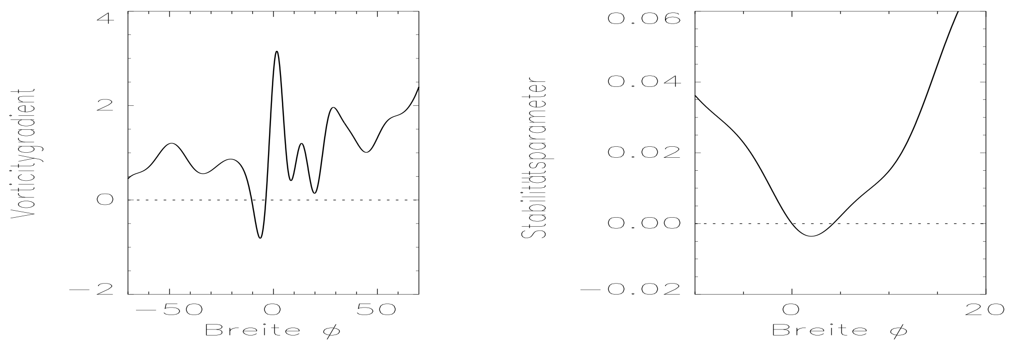

Abbildung 5.17: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für den zonal gemittelten Grundwind vom 24.12.-29.12.1992*

Die Periode vom 24. - 29. Dezember 1992 ist ein Beispiel, für einen beobachteten Anstieg an Wellenaktivität der Zweitagewelle mit der Wellenzahl $m = 4$. Der Anstieg der Wellenzahl $m = 3$ erfolgte erst einige Tage später. Der zonal gemittelte Hintergrundwind (Abbildung 5.17) besitzt zwischen 4°S und 10°S einen Streifen mit negativem Vorticitygradienten. Trägheitsinstabilität existiert zwischen dem Äquator und 4°N. Auch hier ergab sich für die Wellenzahl 3 nur eine sehr schwache Anwachsrate. Die Wellenzahl 4 besitzt auf einem $\log \epsilon^*$-Intervall von 2,9 bis 3,4 die höchste Anwachsrate (Abbildung 5.18). Aber eine Anwachszeit von $\tau_A = 10$ Tagen ist auch zu klein im Vergleich zu $\tau_A \approx 3$ Tagen in der Beobachtung. Anders als für die Periode vom 11. - 16. Januar 1993 besitzt die Wellenzahl 4 in diesem Fall eine Doppelstruktur. Das Hauptmaximum liegt etwa 5° südlich des Äquators, und das Nebenmaximum befindet sich bei 25°N in den Subtropen (Abbildung 5.19).

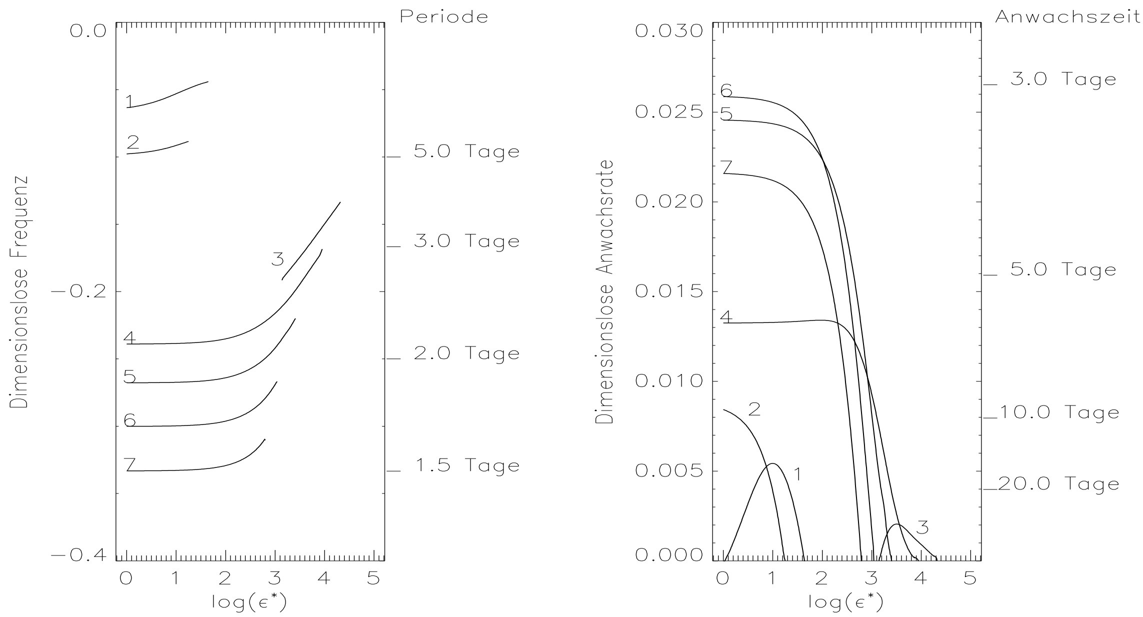

Abbildung 5.18: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil vom 24.12.-29.12.1992*

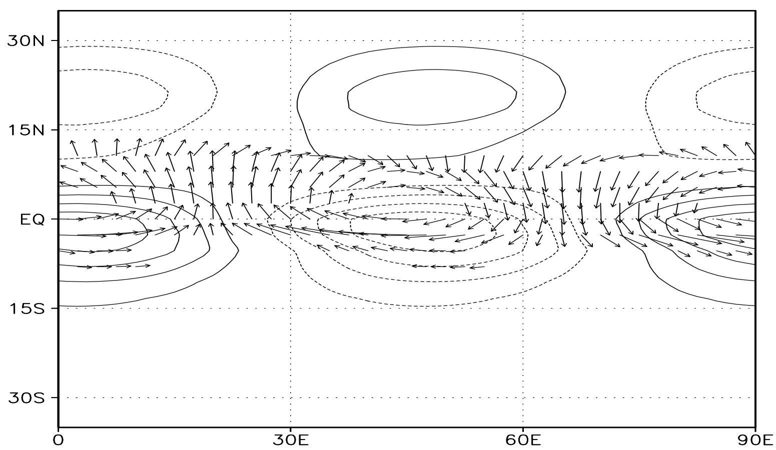

Abbildung 5.19: *Horizontale Modenstruktur der Wellenzahl 4 bei* $\log \epsilon^* = 2,0$. *Die Konturlinien zeigen das normierte Geopotential.*

Wie für die zuvor betrachtete Periode vom 11. - 16. Januar 1993 besitzt die berechnete Welle eine ausgeprägte Doppelstruktur, und zwar bei genau der Wellenzahl, die in der Beobachtung der Zweitagewelle wirklich aufgetreten ist. Dies ist ein Zeichen dafür, daß die mit der Doppelstruktur verbundene

Kopplung der barotropen Instabilität und Trägheitsinstabilität für die Entwicklung der Zweitagewelle verantwortlich ist.

5.2.4 Fallbeispiel 3. - 8. Dezember 1993

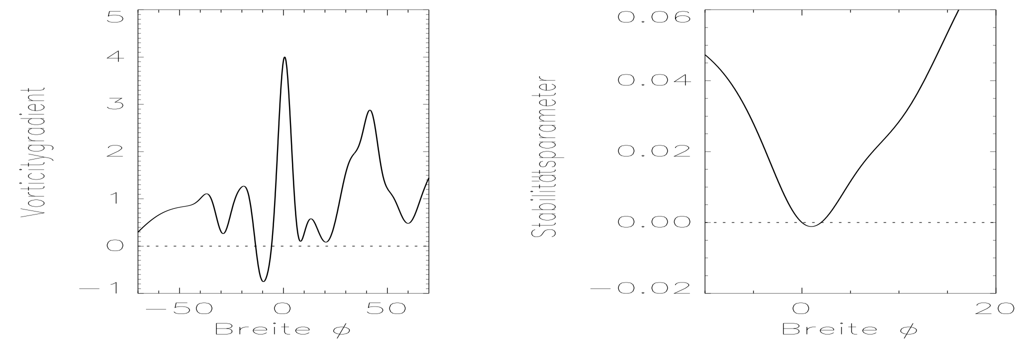

Abbildung 5.20: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für den zonal gemittelten Grundwind vom 3.12.-8.12.1993*

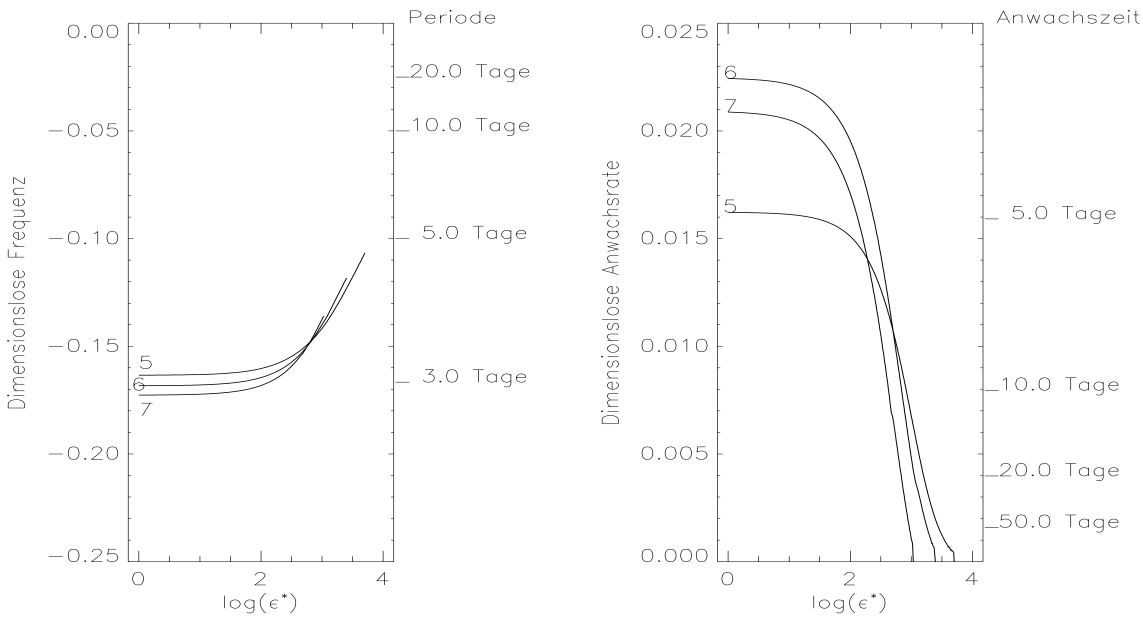

Abbildung 5.21: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil vom 3.12.-8.12.1993*

In der Zeit vom 3. - 8. Dezember 1993 wurden keine Zweitagewellen beobachtet. Es trat weder die Wellenzahl $m = 3$ noch $m = 4$ auf. Es liegt aber sowohl schwache Trägheitsinstabilität als auch barotrope Instabilität im zonalen Mittel vor (Abbildung 5.20), auch über den betrachteten Zeitraum hinaus. Es ist eine weitere Bestätigung der vorhergehenden Schlußfolgerungen, daß sich für diesen Grundwind nicht das gleiche Bild der mesosphärischen Modenklasse ergibt, wie in den Fallbeispielen, für die Zweitagewellen beobachtet worden sind. Für den 3. - 8. Dezember 1993 gibt es keine instabilen Moden mit den Wellenzahlen $m = 3$ oder $m = 4$. Die mesosphärische Modenklasse besteht nur aus den Moden mit den Wellenzahlen 5 bis 7 (Abbildung 5.21). Was an dieser Abbildung weiterhin auffällt, ist daß die Perioden sämtlicher Wellenzahlen extrem dicht beieinander liegen. Die Periode weicht mit 3 Tagen stark von den anderen Fallbeispielen ab und fällt für alle drei Wellenzahlen fast zusammen. Eine Erklärung für dieses Verhalten könnte sein, daß bedingt durch die geringe Trägheitsinstabilität dieses Grundwindprofils keine oder nur schwache Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität eintritt.

5.3 Sensitivitätsuntersuchungen

In diesem Abschnitt soll genauer untersucht werden, welchen Einfluß die Veränderung der barotropen Instabilität oder der Trägheitsinstabilität auf die Zweitagewelle sowie die anderen instabilen Wellen hat. Hierbei soll vor allem eingehender geklärt werden, welche Bedeutung die gekoppelte Instabilität für die Entstehung der Zweitagewelle hat. Weiter wird untersucht, welche Besonderheiten die Grundwindszenarien auszeichnen, die solche instabile Zweitagewellen erzeugen, die in ihren Eigenschaften den Beobachtungsergebnissen entsprechen. Hierzu werden unabhängig voneinander die Trägheitsinstabilität, der Maximalwert der Vorticityumkehr und die meridionale Ausdehnung des Gebietes mit Vorticityumkehr variiert.

Ausgehend von den auf Beobachtungen basierenden Grundwindprofilen der Fallbeispiele, von denen einige im letzten Abschnitt diskutiert wurden, wurde ein analytisches Grundwindprofil für die obere Stratosphäre bis untere Mesosphäre konstruiert, das folgenden Anforderungen genügt: Es ist charakteristisch für das Auftreten der Zweitagewelle und bietet gleichzeitig die Möglichkeit, barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität weitgehend unabhängig voneinander zu variieren. Auf diese Weise wird der Einfluß der einzelnen Instabilitäten auf die Zweitagewelle untersucht, um letztendlich

Aufschluß über den Entstehungsmechanismus dieses Wellenphänomens zu bekommen. Darüber hinaus bieten die gewählten Veränderungen im Grundwind die Möglichkeit, Wirkungen auf sowohl barotrop instabile Moden als auch trägheitsinstabile Moden zu untersuchen.

Als analytischer Hintergrundwind hat sich ein kubischer Polynomfit an den Meßdaten am geeignetsten erwiesen, zu dem eine Gaußglocke mit variablen Parametern addiert wird.

$$U_0(\varphi) = a_1 + a_2\varphi + a_3\varphi^2 + a_4\varphi^3 + a_5 \cdot \exp\left(-\frac{(\varphi - a_6)^2}{a_7^2}\right) \tag{5.2}$$

Die Parameterwerte des Polynoms betrugen $a_1 = -30$, $a_2 = 80$, $a_3 = 20$ und $a_4 = -35$. Um die Sicherheit der Aussage zu erhöhen wurden die Untersuchungen noch mit einem zweiten, leicht geänderten Parametersatz durchgeführt. Dabei wurde $a_4^* = -30$ gesetzt. Damit die Windprofile vergleichbare Eigenschaften haben wurde a_5^* so angepaßt, daß $a_4^* + a_5^* = a_4 + a_5$.

5.3.1 Variation der Trägheitsinstabilität

Durch Verschiebung der Gaußglocke in meridionaler Richtung läßt sich die Trägheitsinstabilität verändern. Die barotrope Instabilität bleibt hiervon unangetastet. Nur die Lage des Gebietes barotroper Instabilität verlagert sich entsprechend der Verschiebung der Gaußglocke (Abbildung 5.22). Es wurden Eigenwertanalysen für drei verschiedene Lagen der Gaußglocke durchgeführt. Die Parameterwerte $a_6 = -5°, -10°$ und $-20°$ entsprechen im Vergleich stärkerer, mittlerer und schwächerer Trägheitsinstabilität. Die barotrope Instabilität bleibt dabei unverändert. Die Windprofile werden durch (T+), (T0) und (T-) gekennzeichnet.

Zunächst soll betrachtet werden, wie die barotrop instabilen Moden und die trägheitsinstabilen Moden auf die verringerte Trägheitsinstabilität reagieren. Die Trägheitsinstabiltät hat einen starken Einfluß auf die Periodendauer. Die Periode der barotrop instabilen Moden wird bei verringerter Trägheitsinstabilität kürzer. Sie verkürzt sich von (T+) zu (T0) um etwa 10% und von (T0) zu (T-) um weitere 20% (Abbildung 5.23 und 5.24). Die maximale Anwachsrate bleibt konstant, aber die $\log \epsilon^*$ Werte, oberhalb derer die Anwachsrate abfällt und gegen Null geht, werden kleiner. Das bedeutet eine Verschiebung zu größeren vertikalen Wellenlängen. Die Spitzen in der Anwachsrate, die aus der Kopplung mit der Trägheitsinstabilität herrühren, nehmen ab und sind bei dem schwächer trägheitsinstabilen Fall (T-) kaum

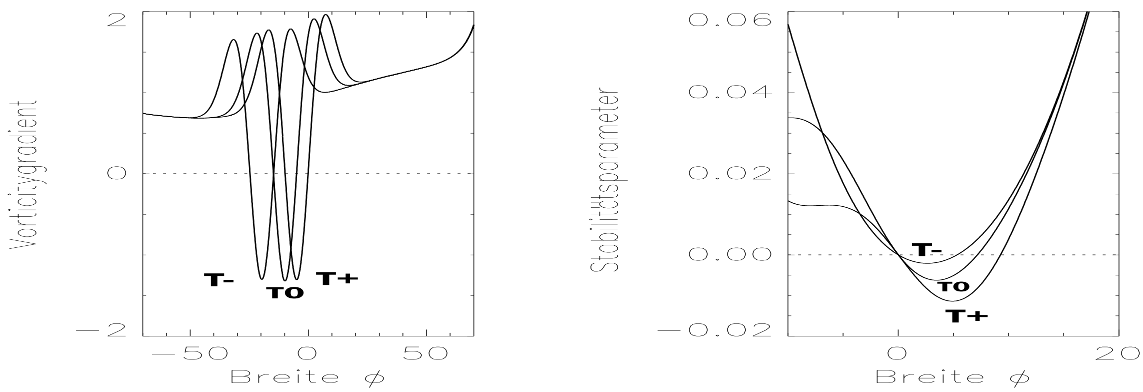

Abbildung 5.22: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für drei Windprofile, die sich durch veränderte Trägheitsinstabilität unterscheiden*

noch nachzuweisen. Dieses geht einher mit einer Verringerung der Amplitude der mit den Spitzen in der Anwachsrate verbundenen Nebenmaxima in der Eigenfunktion. Die Struktur der Eigenfunktion bleibt dabei qualitativ unverändert (nicht gezeigt). An trägheitsinstabilen Moden konnten Kelvin- und Rossby-Schwerewellen nachgewiesen werden. Zu der gbt-Modenklasse tragen hier die $m = 1$ bis $m = 4$ Kelvinwellen und die $m = 5$ und $m = 6$ Rossby-Schwerewellen bei. Die Reaktion dieser Moden auf die Verringerung der Trägheitsinstabilität ist entgegengesetzt der der barotropen Moden: die Periode verlängert sich um etwa 20% von Abbildung 5.25 zu Abbildung 5.26 und $\log \epsilon^*$ vergrößert sich. Die Anwachsrate der trägheitsinstabilen Moden hat sich von (T+) zu (T0) fast halbiert. Für den schwächer trägheitsinstabilen Fall (T-) waren sie nicht mehr nachzuweisen. Die Eigenfunktionen der trägheitsinstabilen Moden sind sich von Fall zu Fall sehr ähnlich. Lediglich die Konzentrierung der Mode in der äquatorialen Region nimmt bei Verringerung der Trägheitsinstabilität geringfügig ab, was auch bei allen anderen Modenklassen beobachtet werden konnte (nicht gezeigt). Barotrop instabile und trägheitsinstabile Moden reagieren also auf die Verringerung der Trägheitsinstabilität in entgegengesetzter Weise. Dies steht im Einklang damit, daß auch die Kopplungseffekte abnehmen.

Auch die in WS98 untersuchten Windprofile stellen in der Reihenfolge von Fall 3 zu Fall 1 eine Verringerung der Trägheitsinstabilität bei nahezu gleichbleibender barotroper Instabilität dar. Für diese Windprofile wird ebenfalls eine Abnahme der Kopplungserscheinungen und eine starke Abnahme der Anwachsraten der trägheitsinstabilen Moden dokumentiert. Ebenso findet sich die schwache meridionale Verbreiterung der Eigenfunktionen, die Ver-

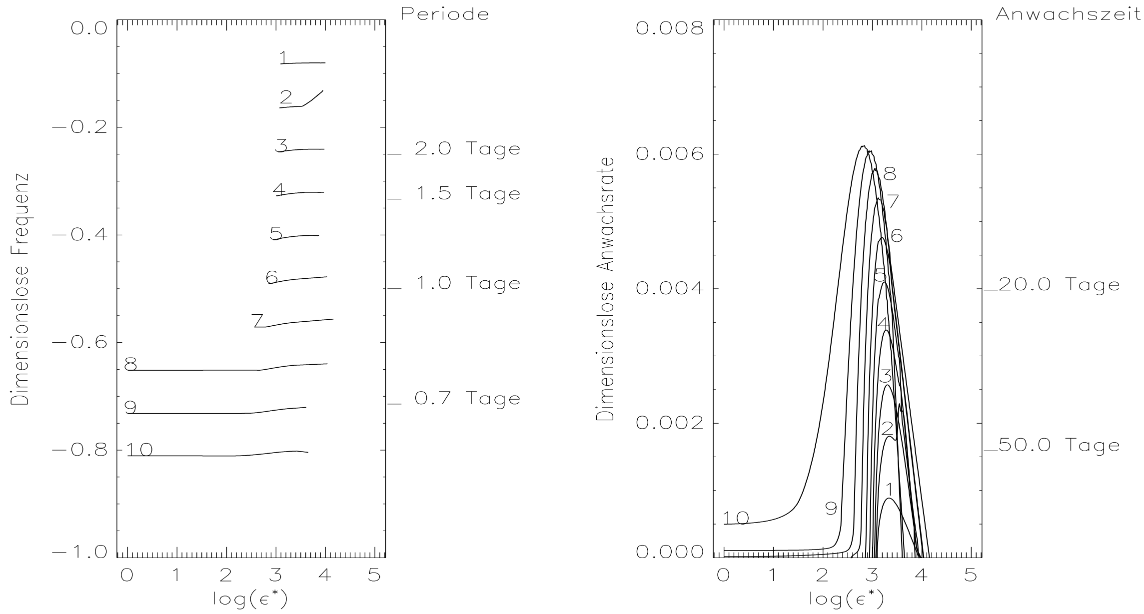

Abbildung 5.23: *Frequenzen und Anwachsraten der divergenzbehafteten barotrop instabilen Moden für das Windprofil mit mittlerer Trägheitsinstabilität (T0)*

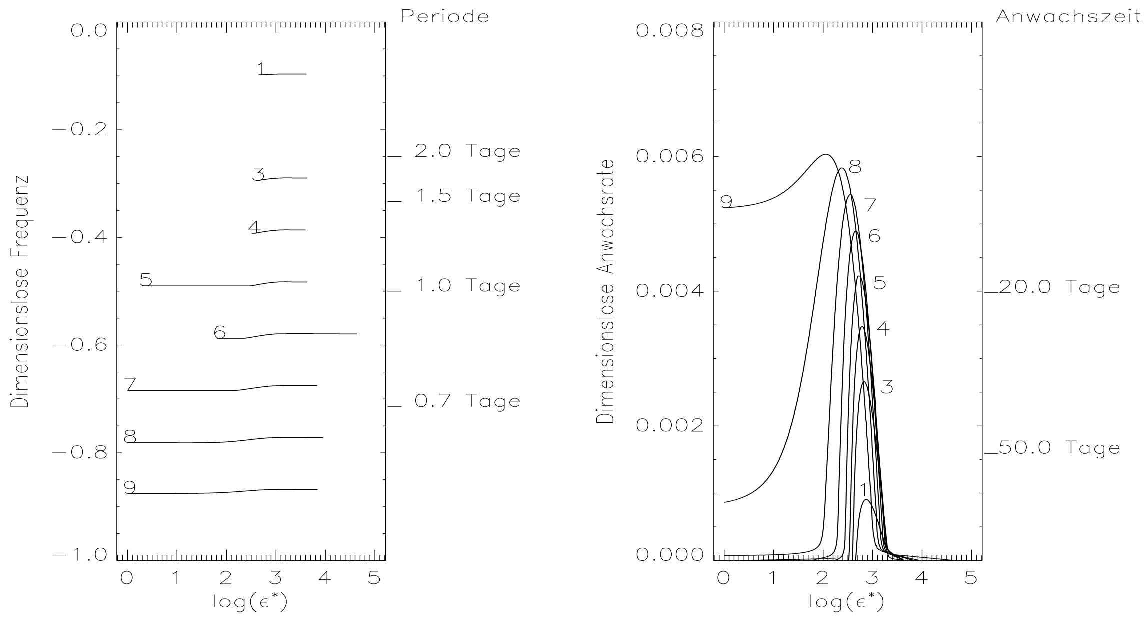

Abbildung 5.24: *Frequenzen und Anwachsraten der divergenzbehafteten barotrop instabilen Moden für das schwächer trägheitsinstabile Windprofil (T-)*

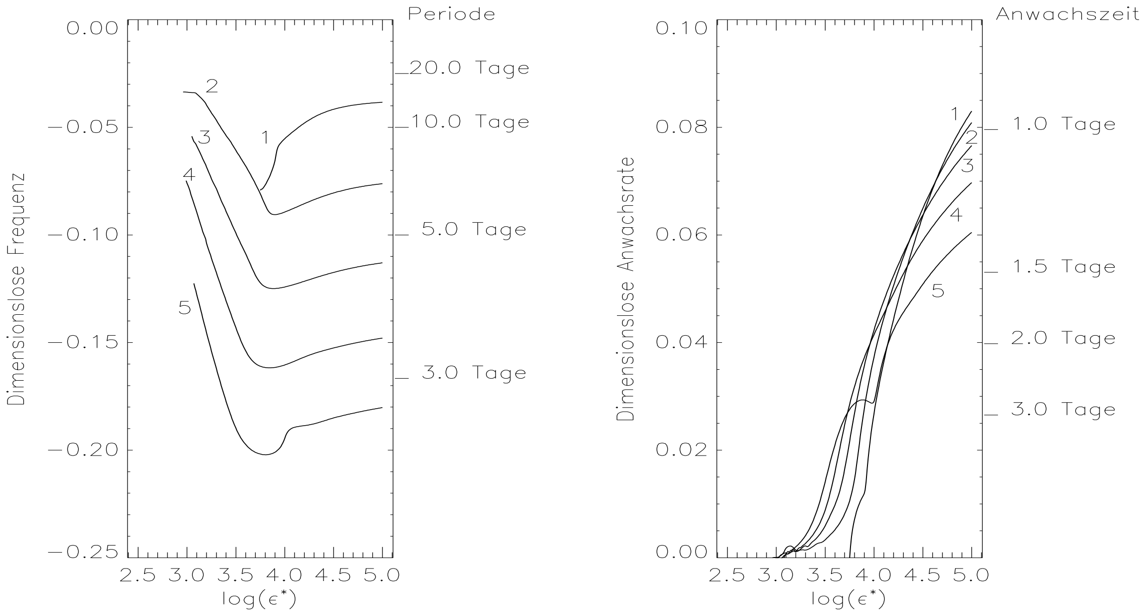

Abbildung 5.25: *Frequenzen und Anwachsraten ausgewählter trägheitsinstabiler Moden für das stärker trägheitsinstabile Windprofil (T+)*

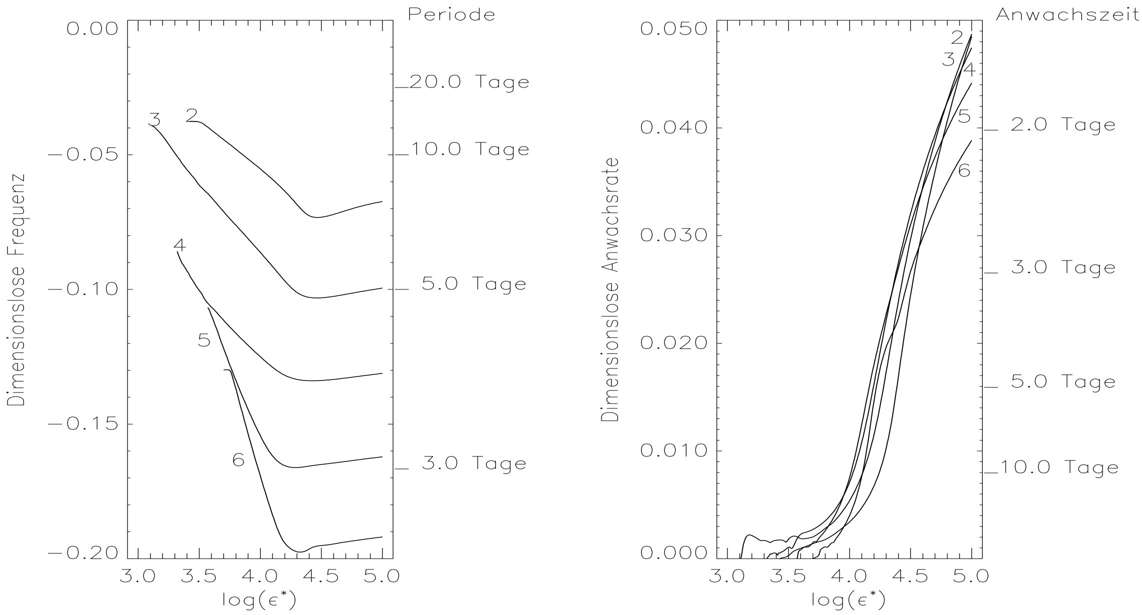

Abbildung 5.26: *Frequenzen und Anwachsraten ausgewählter trägheitsinstabiler Moden für das Windprofil mit mittlerer Trägheitsinstabilität (T0)*

schiebung in $\log \epsilon^*$ bei den barotrop instabilen Moden sowie die Verschiebung des Einsatzpunktes der Modenkopplung bei den trägheitsinstabilen Moden. Anstelle der hier gefundenen konstanten Anwachsrate bei den barotrop instabilen Moden, finden WS98 lediglich eine leichte Abnahme.

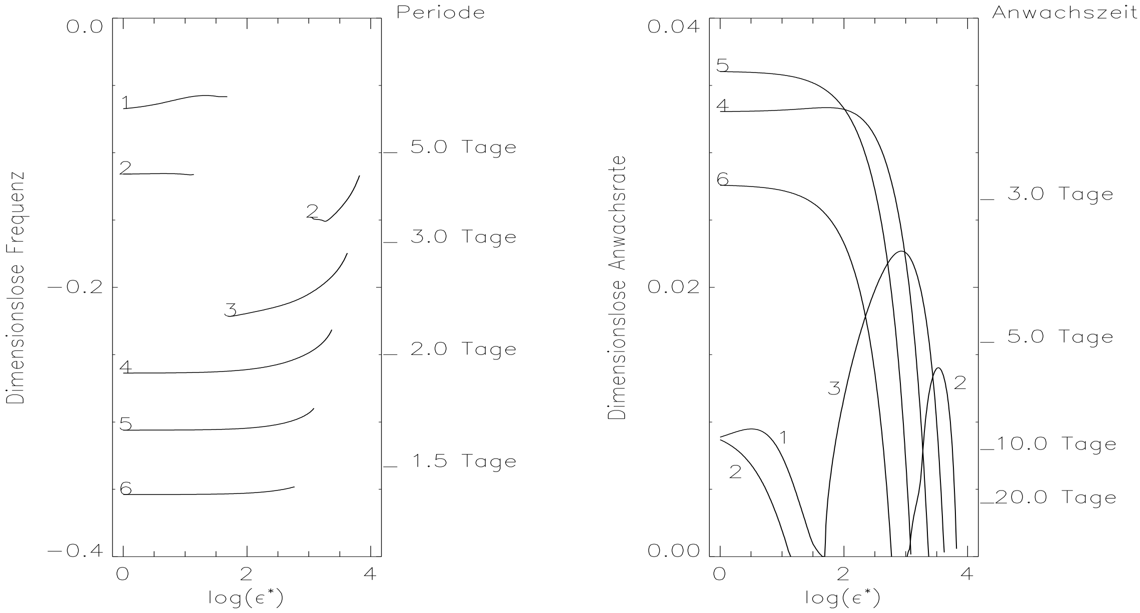

Abbildung 5.27: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das stärker trägheitsinstabile Windprofil*

Die mesosphärische Modenklasse, zu der die Zweitagewellen gehören, erfährt bei Reduktion der Trägheitsinstabilität im angegebenen Sinn eine vergleichbar starke Verkürzung der Periode wie die der barotropen Moden. Die Abbildungen 5.27, 5.28 und 5.29 zeigen Perioden und Anwachsraten für diese Modenklasse bei stärkerer, mittlerer und schwächerer Trägheitsinstabilität des Grundwindes. Die Anwachsrate verhält sich für die verschiedenen Wellenzahlen unterschiedlich. Die Wellenzahlen $m = 1$ und $m = 2$ verlagern sich zu größeren $\log \epsilon^*$ und ihre Anwachsrate nimmt hierbei leicht zu. Für $m = 3$ tritt hingegen eine Verlagerung zu kleinerem $\log \epsilon^*$, also größeren vertikalen Wellenlängen auf. Die Anwachsrate der Wellenzahl $m = 3$ nimmt leicht ab. Die Verlagerung zu kleinerem $\log \epsilon^*$ findet sich auch bei den Wellenzahlen 4 bis 6. Damit ist eine mit steigender Wellenzahl zunehmende Abnahme der Anwachsrate verbunden. Diese Abnahme der Anwachsrate ist im Vergleich viel geringer als bei den zuvor behandelten trägheitsinstabilen Moden, was von dem Einfluß der barotropen Instabilität auf die mesosphärischen Moden zeugt. Das unterschiedliche Verhalten innerhalb der Modenklasse erklärt sich

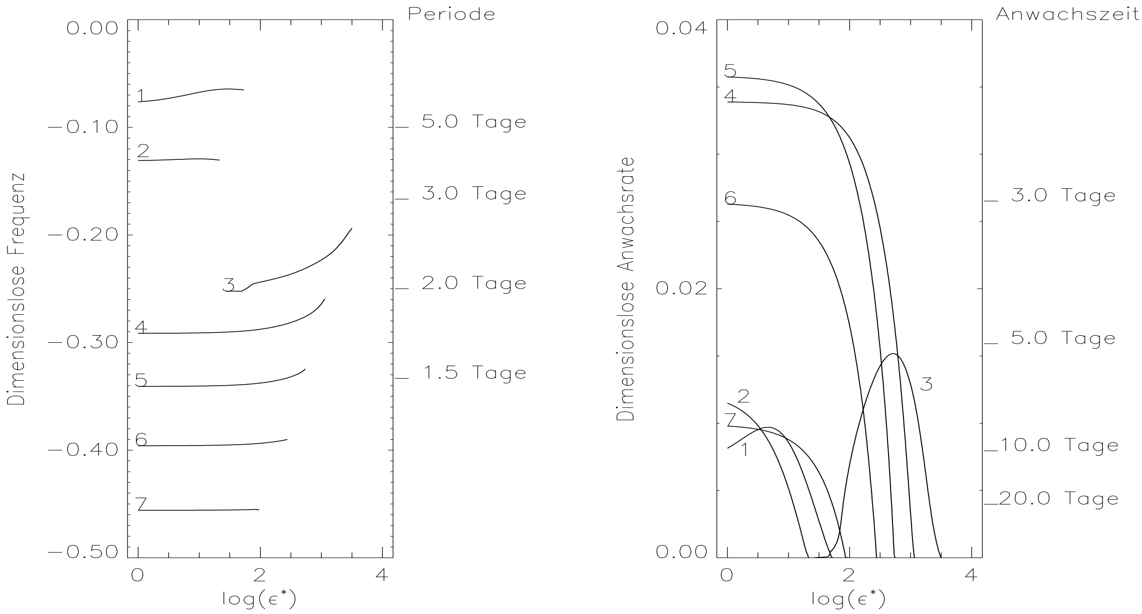

Abbildung 5.28: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil mit mittlerer Trägheitsinstabilität*

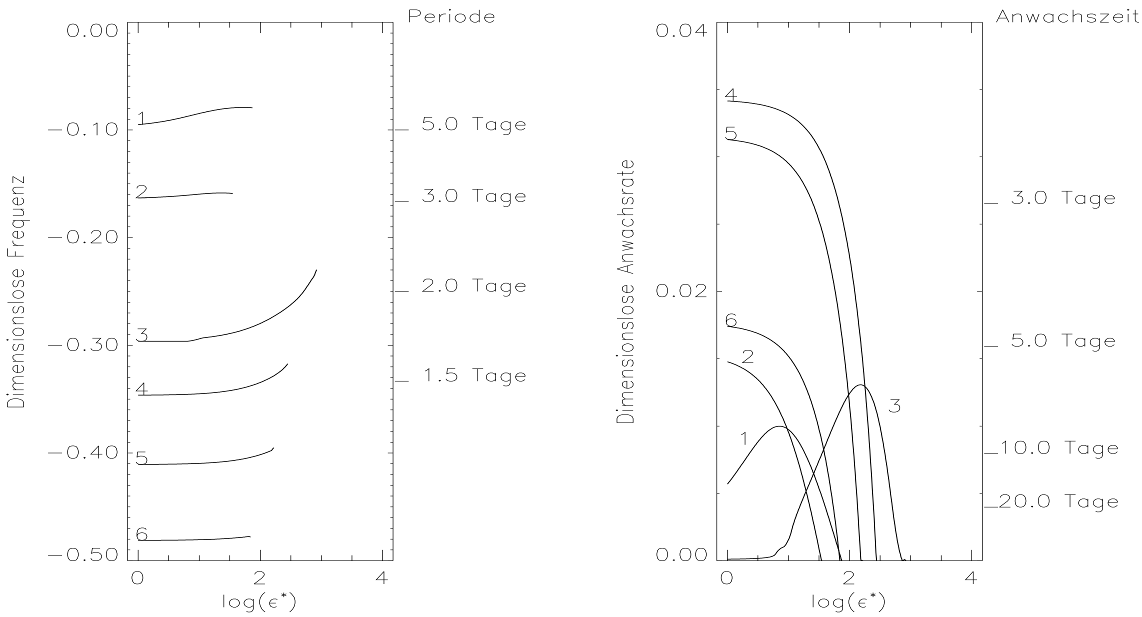

Abbildung 5.29: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das schwächer trägheitsinstabile Windprofil*

durch den unterschiedlichen Charakter der Moden. Sie lassen sich von ihrem Verhalten weder genau den barotrop instabilen Moden zuordnen, noch den trägheitsinstabilen, sondern liegen dazwischen. Bei den Wellenzahlen $m = 1$ und $m = 2$ ist an der Verschiebung zu größerem $\log \epsilon^*$ ein geringer Einfluß der Trägheitsinstabilität zu sehen. Dies ist ein Zeichen dafür, daß auch bei diesen Wellenzahlen eine schwache Kopplung vorhanden ist. Wie in Abschnitt 5.1 gezeigt wurde, nimmt bei der mesosphärischen Modenklasse mit steigender Wellenzahl der Einfluß der Trägheitsinstabilität zu und der Einfluß der barotropen Instabilität ab. Dabei haben die Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ eine gbt-Struktur, die sich im Bereich der maximalen Anwachsraten aus dem Übergang von einem subtropischen Hauptmaximum zu einem äquatorialen Hauptmaximum ergibt (vgl. Abbildungen 5.7 und 5.8). Es wurde gezeigt, daß das subtropische Maximum mit dem Anstieg der Anwachsrate mit $\log \epsilon^*$ verbunden ist. An der Verschiebung des Instabilitätsmaximums zu kleinerem $\log \epsilon^*$ und dem Verschwinden dieses Anstiegs in der Anwachsrate bei der Wellenzahl $m = 4$ läßt sich eine Verringerung der Kopplung zwischen barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität erkennen. Die Amplitude des subtropischen Maximums in der Eigenfunktion nimmt folgerichtig bei Verringerung der Trägheitsinstabilität ab (nicht gezeigt). Auch bei den Wellenzahlen $m = 5$ und $m = 6$ weist der zunehmende Abfall der Anwachsrate bei kleinen $\log \epsilon^*$ auf die Abnahme des subtropischen Nebenmaximums hin.

5.3.2 Variation der barotropen Instabilität

Die notwendige Bedingung für barotrope Instabilität ist ein Nulldurchgang im Vorticitygradienten. Bei den Untersuchungen hat sich erwiesen, daß zur Bewertung der barotropen Instabilität neben dem Maximalwert des negativen Vorticitygradienten auch die meridionale Ausdehnung des Gebietes, in dem der Vorticitygradient negative Werte annimmt, in Betracht zu ziehen ist. Der Maximalwert läßt sich über die Höhe der Gaußglocke (a_5) beeinflussen. Veränderungen an der Breite der Gaußglocke (a_7) wirken sich nicht nur auf die meridionale Ausdehnung des Gebietes mit negativem Vorticitygradienten aus, sondern sie beeinflußt auch den Maximalwert und die Trägheitsinstabilität. Um nur den Einfluß der Ausdehnung zu untersuchen, müssen die anderen Effekte durch Veränderung der anderen Parameter kompensiert werden.

Maximalwert der Vorticityumkehr

Es wurde der Maximalwert des negativen Vorticitygradienten bei möglichst kleiner Änderung der Trägheitsinstabilität variiert. In Abbildung 5.30 sind je ein Windprofil mit großer (B+) und kleiner Amplitude (B-) der Vorticityumkehr zu sehen. Da sich auch die Trägheitsinstabilität leicht verändert hat, wird zum Vergleich noch das Windprofil (T+) aus dem letzten Abschnitt herangezogen, dessen Amplitude der Vorticityumkehr bei größerer Trägheitsinstabilität zwischen den Vergleichsprofilen liegt.

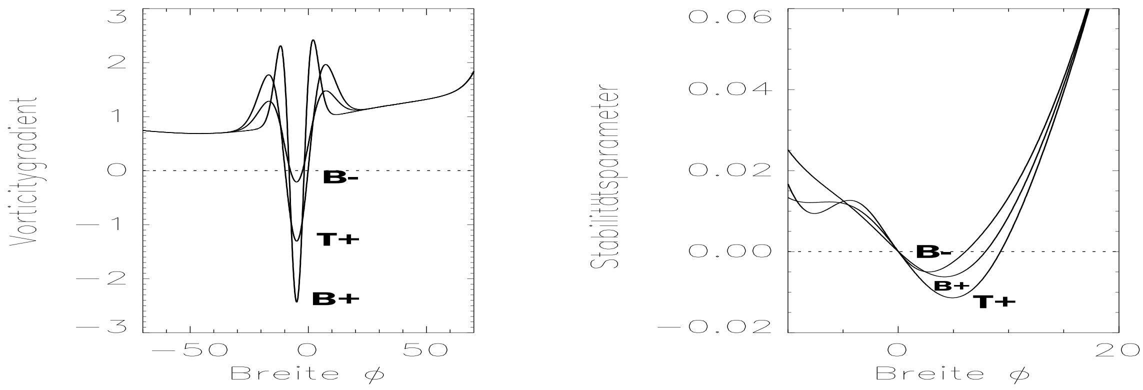

Abbildung 5.30: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für drei Windprofile, die sich im Maximalwert der Vorticityumkehr unterscheiden*

Durch die Veränderung in der Amplitude der Vorticityumkehr wurden weder die Perioden noch die Anwachsraten der trägheitsinstabilen Moden nachhaltig beeinflußt. Die Anwachsrate der barotrop instabilen Moden wird bei dem Grundwind mit geringer barotroper Instabilität (B-) so klein, daß die Moden nicht mehr nachgewiesen werden konnten. Auch die Anwachsrate der mesosphärischen Moden ist bei schwach barotropem Grundwind nur sehr klein (Abbildung 5.31). Es wurden instabile Wellen mit den Wellenzahlen $m = 3$ bis $m = 5$ nachgewiesen. Die kürzesten Anwachszeiten liegen etwa zwischen $\tau_A = 10$ Tagen und $\tau_A = 30$ Tagen.

Bei großer Amplitude der Vorticityumkehr (B+) liegen die kürzesten Anwachszeiten bei $\tau_A \approx 2,5$ Tagen (Abbildung 5.32). Besonders auffällig ist, daß durchgehend für alle Wellenzahlen 1 bis 10 instabile Moden existieren, im Unterschied zum schwach barotrop instabilen Fall (B-). Die größten Anwachsraten haben dabei die hohen Wellenzahlen $m \geq 5$. Auf die Periode der Zweitagewelle hat der Maximalwert der Vorticityumkehr nur sehr geringen Einfluß. Die Perioden der Wellenzahlen $m = 3$ bis $m = 5$ haben sich zwischen

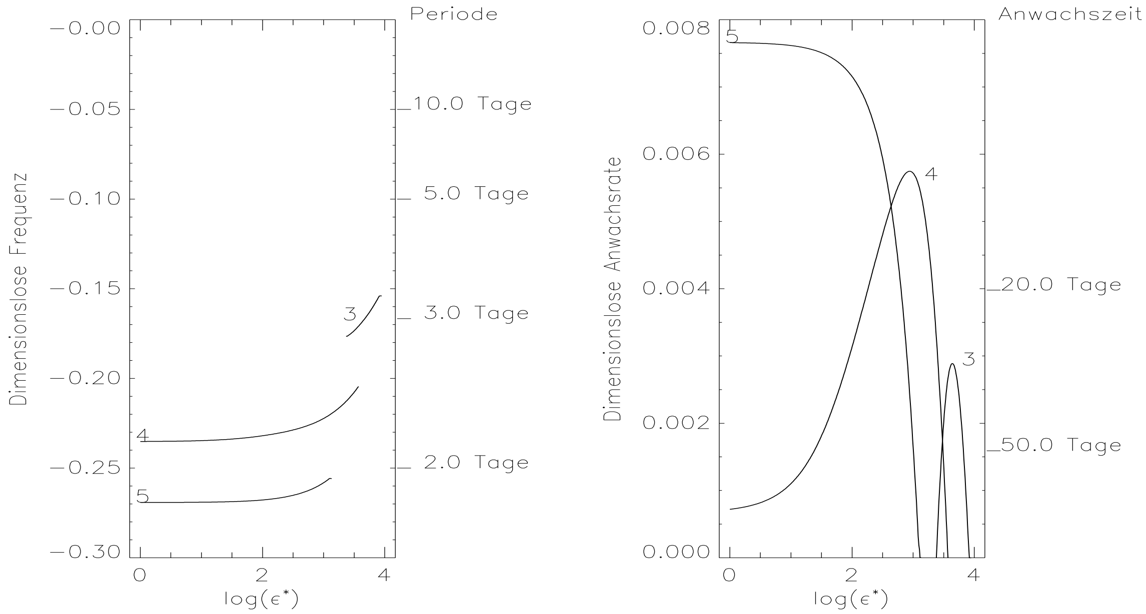

Abbildung 5.31: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil mit schwacher Vorticityumkehr (B-)*

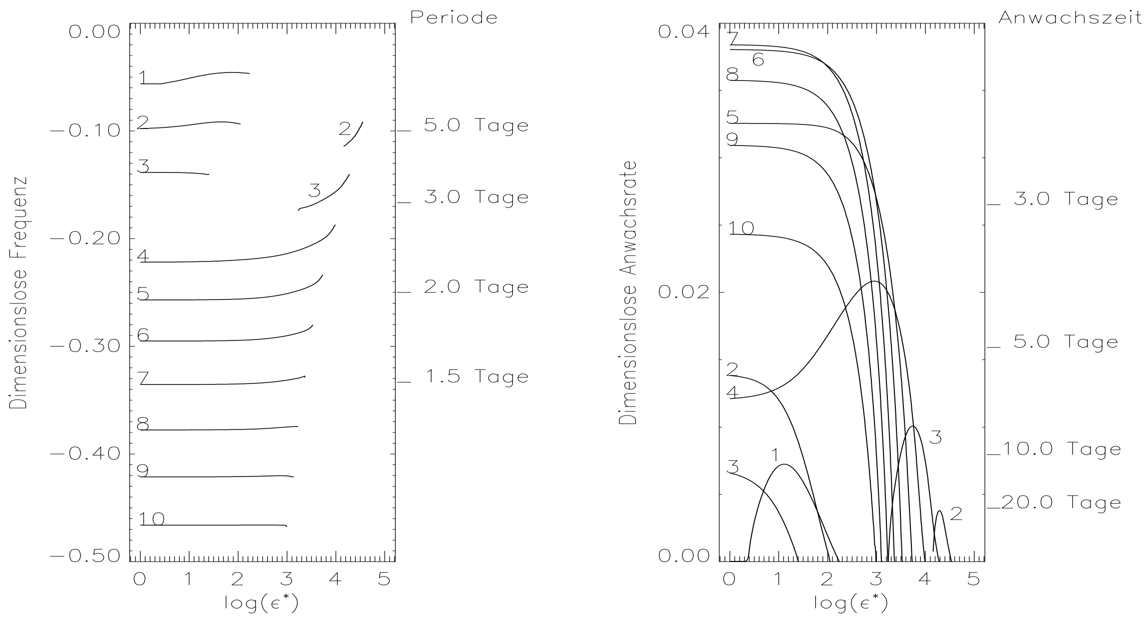

Abbildung 5.32: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil mit starker Vorticityumkehr (B+)*

den Abbildungen 5.31 und 5.32 kaum verändert.

Dieses Ergebnis zeigt, daß die Zweitagewelle durch hohe Maximalwerte der Vorticityumkehr allein nicht zu erklären ist. Die starke Vorticityumkehr führt zwar zu hohen Anwachsraten der mesosphärischen Moden, gleichzeitig verschiebt sich aber das Spektrum der zonalen Wellenzahlen zu noch kürzeren zonalen Wellenlängen. Das widerspricht den Beobachtungen der Zweitagewelle. Eine größere Bedeutung für die Zweitagewelle hat die meridionale Ausdehnung des Gebietes mit Vorticityumkehr.

Meridionale Ausdehnung der Vorticityumkehr

Bei konstant gehaltenem Maximalwert wurde die meridionale Ausdehnung des Gebietes mit negativem Vorticitygradienten variiert. Das tropische Band mit Vorticityumkehr wird dabei von 10° auf 12° verbreitert. Durch leichte meridionale Verlagerung wurde hierbei die Trägheitsinstabilität konstant gehalten (Abbildung 5.33).

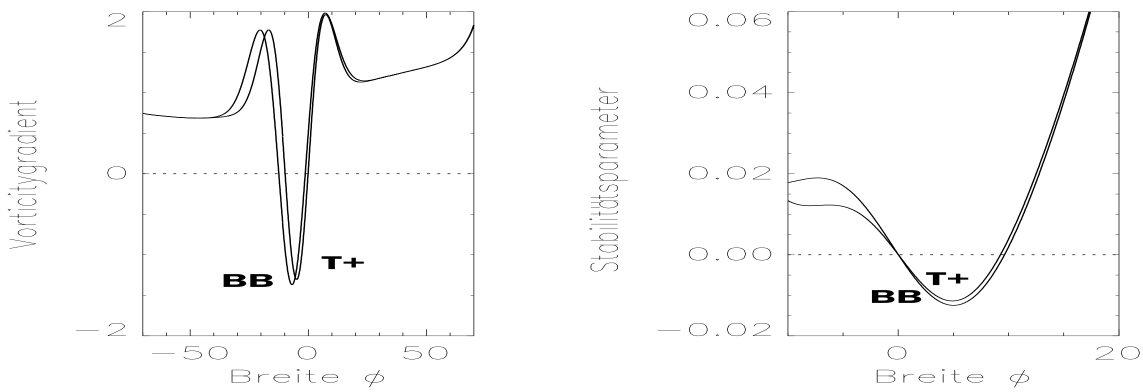

Abbildung 5.33: *Vorticitygradient und Stabilitätsparameter für zwei Windprofile, die sich in der meridionalen Ausdehnung des Gebietes der Vorticityumkehr unterscheiden*

Bei den trägheitsinstabilen Moden bewirkt die Vergrößerung der meridionalen Ausdehnung des Gebietes negativer Vorticity keine Veränderung. Die Anwachsrate der barotrop instabilen Moden hingegen verdoppelt sich bei leicht verkürzter Periode. Die vertikale Wellenlänge vergrößert sich leicht, was einer Verschiebung der barotropen Moden zu kleineren $\log \epsilon^*$-Werten entspricht (nicht gezeigt). Die Modenkopplung, die sich insbesondere bei der Wellenzahl 4 durch Nebenmaxima und Spitzen in der Anwachsrate bemerkbar macht wird durch die Variation nicht beeinflußt.

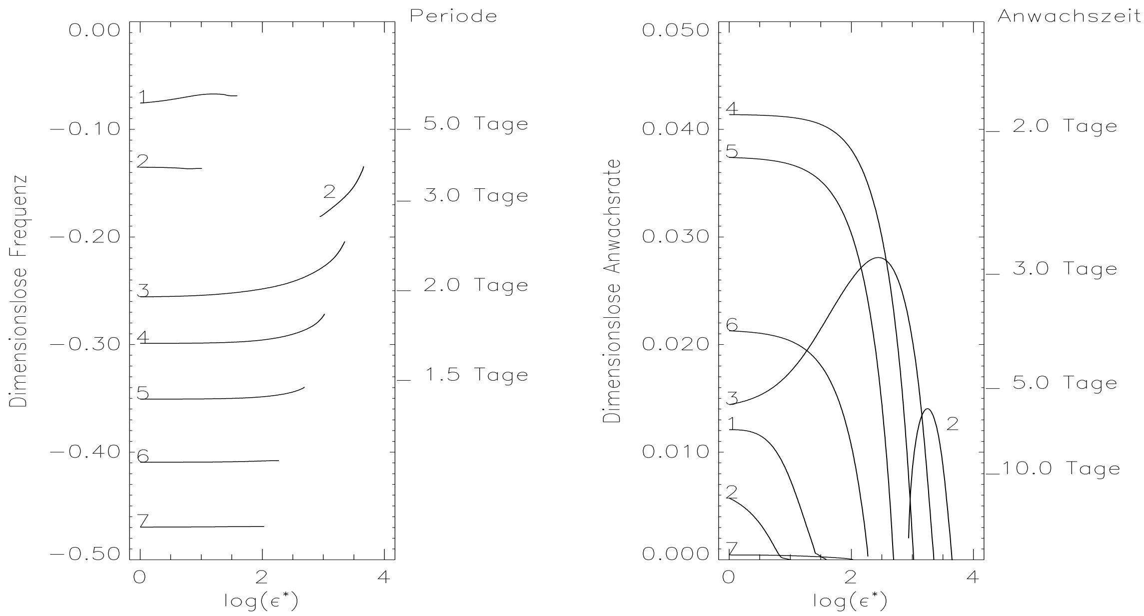

Abbildung 5.34: *Frequenzen und Anwachsraten der mesosphärischen Modenklasse für das Windprofil mit verbreiterter Ausdehnung des Gebietes mit Vorticityumkehr (BB)*

Einen starken Einfluß auf die Kopplung der Instabilitäten hat die Verbreiterung des Gebietes negativer Vorticity jedoch bei der mesosphärischen Modenklasse. Abbildung 5.34 zeigt die Frequenzen und Anwachsraten bei verbreiterter Ausdehnung der Vorticityumkehr im Vergleich zu Abbildung 5.27 (T+). Die Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ werden selektiv verstärkt. Daß gerade diese Wellenzahlen eine gbt-Struktur besitzen, wurde in Abschnitt 5.1 gezeigt und ist für dieses Beispiel in Abbildung 5.35 zu sehen. Dabei nimmt besonders bei der Wellenzahl 3 der Einfluß der barotropen Instabilität zu. Die Anwachsraten der anderen Wellenzahlen hingegen nehmen ab oder bleiben allenfalls gleich. Bei allen Wellenzahlen ist eine Verkürzung der Periode zu beobachten, und $\log \epsilon^*$ wird kleiner.

Abbildung 5.35 (rechts) zeigt die Modenstruktur der Wellenzahl $m = 3$ in Abhängikeit vom Lamb-Parameter ϵ für das Grundwindprofil mit verbreiterter Vorticityumkehr. Im schwach divergenten Bereich weist die Mode eine hauptsächlich barotrope Struktur auf. Bei Erhöhung von ϵ verstärkt sich das äquatoriale Nebenmaximum, bis um $\log \epsilon^* \approx 2,5$ eine gbt-typische Doppelstruktur entsteht. Die Anwachsrate der Mode ist dann am größten. Bei weiterer Erhöhung von ϵ nimmt das subtropische Maximum ab, und die Mode bekommt einen zunehmend trägheitsinstabilen Charakter. Die Anwachsrate nimmt hierbei schnell ab. Die Modenstruktur bei $\log \epsilon^* = 2,5$ ist in Abbildung 5.35 (links) dargestellt. Das äquatoriale Maximum und das subtropische Maximum sind annähernd gleich stark. Die Periode beträgt $\tau_P = 2,07$ Tage und die Anwachszeit $\tau_A = 2,84$ Tage.

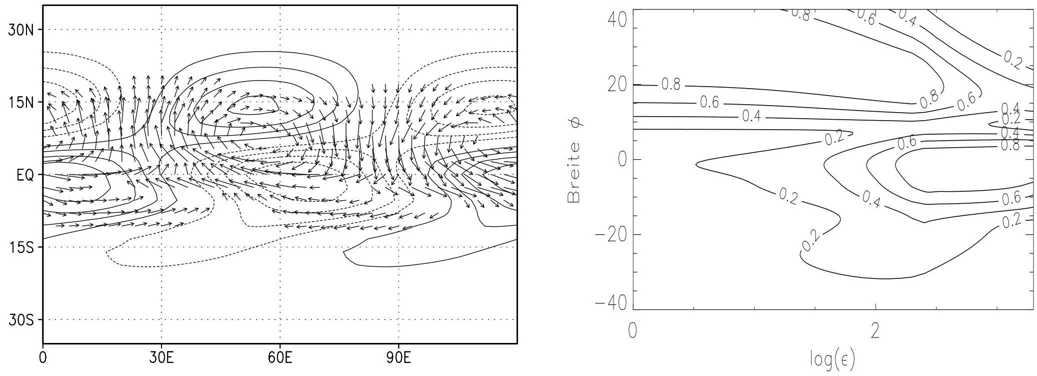

Abbildung 5.35: *Geopotential und Windfelder bei leicht verbreitertem Gebiet der Vorticityumkehrfür die Wellenzahl $m = 3$ bei $\log \epsilon^* = 2,5$ (links) und die meridionale Geopotentialstruktur in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter ϵ (rechts)*

Durch die Sensitivitätsuntersuchungen konnte gezeigt werden, daß für die Existenz der mesosphärischen Modenklasse, und damit auch der Zweitagewelle, sowohl barotrope Instabilität als auch Trägheitsinstabilität erforderlich ist. Die meridionale Ausdehnung des Gebietes mit negativem Vorticitygradienten ist von hoher Bedeutung. Für das untersuchte Windprofil wurde bei einer Ausdehnung über 12° eine sehr gute Übereinstimmung mit den aus Beobachtungen bekannten Eigenschaften der Zweitagewellen erhalten. In diesem Fall bekommt man für $\log \epsilon^*$ um 2,5, das der beobachteten vertikalen Wellenlänge der Zweitagewelle entspricht, mit $\tau_A \approx 3$ Tage die höchsten Anwachsraten innerhalb der mesosphärischen Modenklasse genau für die Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$, die in den Beobachtungen der Zweitagewelle dokumentiert worden sind. Die Perioden in der Modellrechnung entsprechen dabei mit $\tau_P(m = 3) = 2,0$ Tagen bzw. $\tau_P(m = 4) = 1,8$ Tagen sehr gut den aus Beobachtungen ermittelten Perioden.

6 Längenabhängiges Instabilitätsproblem am Mesosphärenjet

Die beobachteten Windfelder in der Mesosphäre haben eine ausgeprägte Längenabhängigkeit. In dieser Arbeit ist schon der Einfluß einer längenabhängigen Grundwindkomponente auf die instabilen Wellen bei idealisierten troposphärischen Grundwindprofilen untersucht worden. In diesem Kapitel wird von beobachteten längenabhängigen Windfeldern in der unteren Mesosphäre ausgegangen. Es wird bestimmt, welchen Einfluß die Längenabhängigkeit der beobachteten Windfelder auf die Entwicklung von Moden im einzelnen hat. Auf diese Weise soll eine Ordnung der Moden in globale und lokale Strukturen erreicht werden.

Die Grundwindfelder werden in ihre Spektralkomponenten zerlegt. Dabei werden sie so gefiltert, daß sie die Längenabhängigkeit bis zu einer bestimmten zonalen Wellenzahl $0 \leq m_0 \leq m_0^*$ berücksichtigen. Der Einfluß des längenabhängigen Hintergrundwindes geht aus dem Vergleich der Ergebnisse bei $m_0^* = 0$ und $m_0^* > 0$ hervor. Es wurden Rechnungen für Grundwindfelder mit zonalen Wellenzahlen bis zu $m_0^* = 8$ durchgeführt.

Die Rechnungen mit $m_0^* = 0$ wurden zu Validierungszwecken mit den Ergebnissen der Eigenwertrechnungen für den gleichen Grundwind verglichen. Die Ergebnisse zeigen in der Periodendauer und in der Modenstruktur im allgemeinen sehr gute Übereinstimmung. Dieses wird an einem Beispiel demonstriert. In Abbildung 6.1 sieht man das normierte Geopotential aus dem Spektralmodelllauf mit dem längenunabhängigen Grundwind ($m_0^* = 0$) vom 24.-29.12.1992 bei $\log \epsilon^* = 2,0$. Die Periode beträgt $\tau_P = 2,1$ Tage und die Anwachszeit $\tau_A = 5,9$ Tage. Diese Werte entsprechen sehr gut den Ergebnissen aus der Eigenwertrechnung mit einer Periode von 2,127 Tagen und einer Anwachszeit von 5,936 Tagen (vgl. Abbildung 5.18).

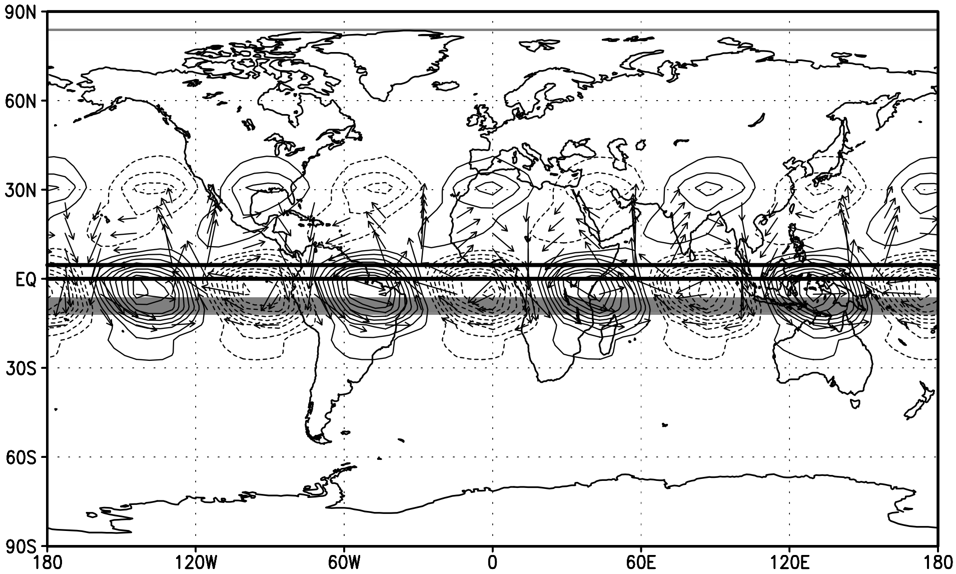

Abbildung 6.1: *Zweitagewelle mit der Wellenzahl $m = 4$ für den Grundwind vom 24.12.-29.12.1992 bei $m_0^* = 0$. $\log \epsilon^* = 2,0$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt. Das Windfeld ist durch Pfeile dargestellt.*

6.1 Die Zweitagewelle bei längenabhängigem Grundwind

Schon in den vorangegangenen Abschnitten 5.2.2 und 5.3.2 ist die Bedeutung der längenabhängigen Variation des Grundwindes für die Zweitagewelle deutlich geworden. Zunächst soll die Entwicklung instabiler Zweitagewellen für beobachtete längenabhängige Grundwindfelder aus der unteren Mesosphäre nachgewiesen werden. Die zweidimensionalen Windfelder wurden dem 0,416 mb Niveau der UKMO-Reanalysen entnommen. Es wurden Fallbeispiele analog zu Abschnitt 5.2 ausgewählt, in denen die Zweitagewelle beobachtet worden ist. Für diese Fallbeispiele wurden Modellrechnungen mit unterschiedlichen maximalen Wellenzahlen m_0^* des Grundzustandes durchgeführt.

Es zeigt sich, daß in den meisten Fällen die Moden des zonal gemittelten Hintergrundwindes dominieren. Es entwickeln sich Wellenpakete zu denen vor allem die instabilsten Moden aus dem Fall mit zonal gemitteltem Grundwind beitragen. Die stärkste Veränderung ruft die Wellenzahl $m_0 = 1$ des Hintergrundwindes hervor. Abbildung 6.2 zeigt für $\log \epsilon^* = 2,0$ die instabilste

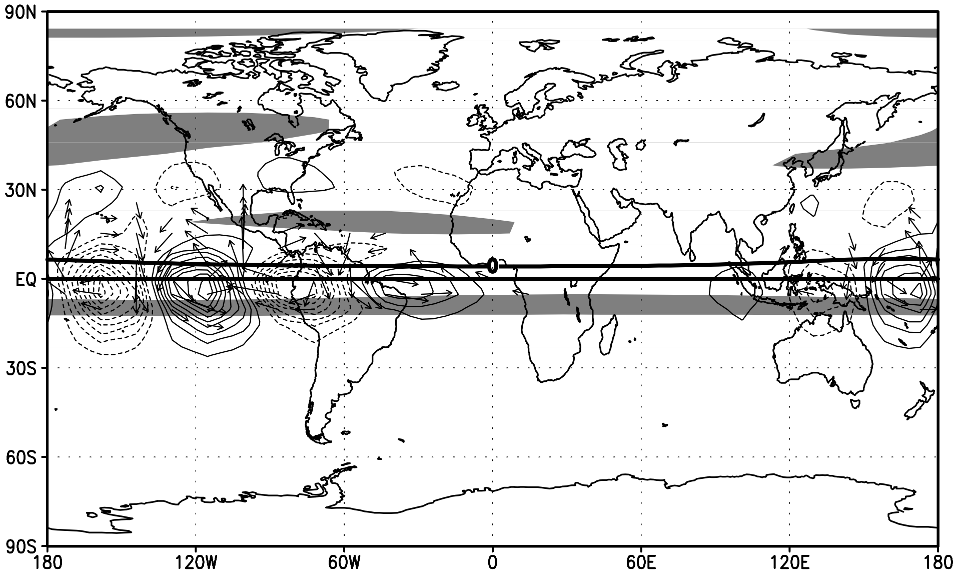

Abbildung 6.2: *Zweitagewelle für den Grundwind vom 24.12.-29.12.1992 bei* $m_0^* = 1$. $\log \epsilon^* = 2,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt. Das Windfeld ist durch Pfeile dargestellt.*

Windprofil	τ_P in Tagen		τ_A in Tagen	
	m=4	m=5	m=4	m=5
aus Kap. 5.2.3	2,127	1,894	5,936	3,559
$m_0^* = 0$	2,1	1,8	5,9	3,3
$m_0^* = 1$	2,1		4,5	
$m_0^* = 2$	2,2		4,7	

Tabelle 6.1: Perioden und Anwachszeiten für den Grundwind vom 24.12.-29.12.1992 bei $\log \epsilon^* = 2,0$ in Abhängigkeit von m_0^* und Vergleich mit der längenunabhängigen Eigenwertrechnung aus Kapitel 5.2.3

Mode für den Grundwind vom 24.12.-29.12.1992, wenn die Längenabhängigkeit des Grundwindes auf $m_0^* = 1$ beschränkt wird. Es hat sich ein stationäres Wellenpaket mit westwärts gerichteter Phasenausbreitung entwickelt. Die dominierende zonale Wellenzahl liegt zwischen $m = 4$ und $m = 5$. Die meridionale Wellenstruktur besteht wie im längenunabhängigen Fall bei diesen Wellenzahlen aus einem äquatorialen Hauptmaximum und einem subtropischen Nebenmaximum. Die Periode von 2,1 Tagen entspricht der Wel-

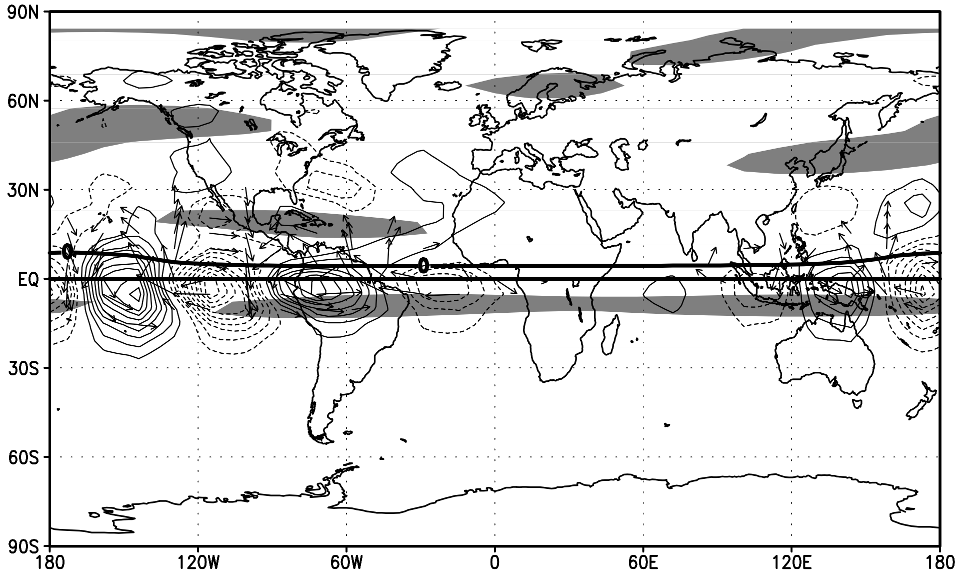

Abbildung 6.3: *Zweitagewelle für den Grundwind vom 24.12.-29.12.1992 bei* $m_0^* = 2$. $\log \epsilon^* = 2,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt. Das Windfeld ist durch Pfeile dargestellt.*

lenzahl $m = 4$ im längenunabhängigen Fall, aber die Anwachszeit liegt mit 4,5 Tagen zwischen den Werten, die sich im längenunabhängigen Fall ergeben haben (Tabelle 6.1). Die maximale Amplitude des Wellenpaketes liegt im Bereich der größten Trägheitsinstabilität bei 150°W. Die größte barotrope Instabilität liegt verschoben hierzu bei 45°O. Die Längenabhängigkeit sowohl der Trägheitsinstabilität als auch der barotropen Instabilität ist bei diesem Grundwind nicht sehr ausgeprägt. Sie verstärkt sich bei Hinzunahme der Wellenzahl $m_0 = 2$ im Grundwind. Auch in diesem Fall bildet sich ein Wellenpaket, das sich im Vergleich zum Fall $m_0^* = 1$ nur wenig verändert hat (Abbildung 6.3).

In anderen Fällen hatte die Wellenzahl $m_0 = 2$ teilweise größere Bedeutung. Die Grundwindamplituden mit den Wellenzahlen $m_0 \geq 3$ sind in der Regel nur sehr klein und rufen in den meisten Fällen keine nennenswerten Veränderungen in den Ergebnissen der Rechnungen hervor. Das steht im Übereinklang damit, daß sich an quasi-stationären Wellen aus der unteren Atmosphäre nur Wellen mit $m_0 \leq 2$ bis in die Mesosphäre ausbreiten können [Andrews et al., 1987].

Für die Periode vom 11.1.-16.1.1993 liegen die äquatorialen Instabilitätsge-

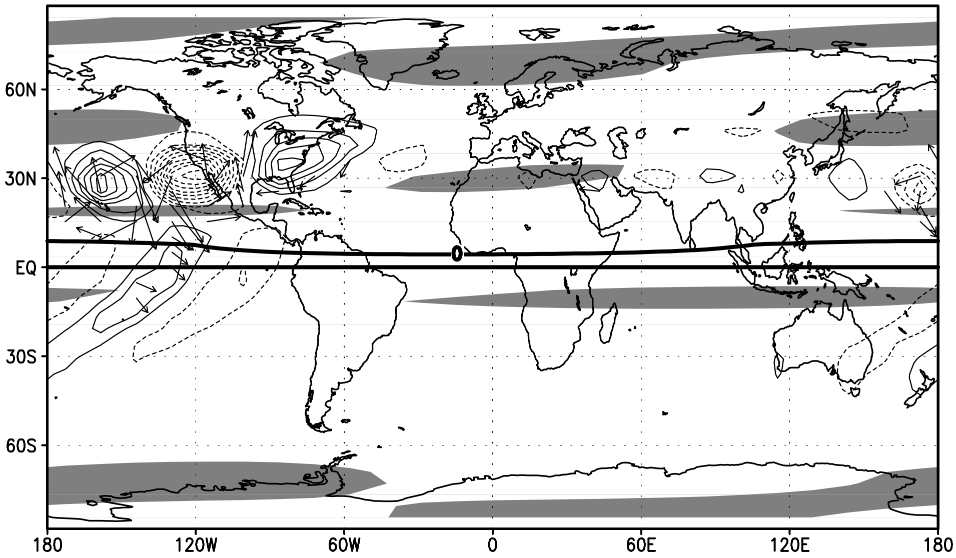

Abbildung 6.4: *Lokale Mode für den Grundwind vom 11.1.-16.1.1993 bei* $m_0^* = 1$. $\log \epsilon^* = 2,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt. Das Windfeld ist durch Pfeile dargestellt.*

biete des Grundwindes nur sehr leicht zueinander verschoben. Abhängig von der Wahl des Lamb-Parameters entwickeln sich unterschiedliche lokale Moden. Abbildung 6.4 zeigt die Struktur der lokalen Mode, die sich bei $\log \epsilon^* = 2,0$ bildet. Die Mode entwickelt sich im Bereich der größten Trägheitsinstabilität. Sie besteht aus einem subtropischen Hauptmaximum bei 30°N und einem tropischen Nebenmaximum von 10°N über den Äquator bis etwa 30°S erstreckt. Die Phasenausbreitung der Mode ist ostwärts mit einer Periode von $\tau_P = 2,9$ Tagen. Die Anwachszeit beträgt $\tau_A = 3,8$ Tage. Es konnte kein Zusammenhang dieser lokalen Mode mit der Zweitagewelle festgestellt werden. Für kurze vertikale Wellenlängen entwickeln sich in der Regel starke Schwerewellen (hier nicht gezeigt). In dem Fall $\log \epsilon^* = 3,5$ ist es für den gleichen Grundwind durch Herausfilterung aller Wellenzahlen $m > 3$ gelungen, eine lokale Mode zu isolieren, die den in Kapitel 4 beschriebenen lokalen Moden entspricht (Abbildung 6.5). Diese lokale Mode entwickelt sich dort, wo hohe Trägheitsinstabilität herrscht und das Gebiet mit negativem Vorticitygradienten seine größte meridionale Ausdehnung hat. Bei dieser Mode handelt es sich um eine gbt-Mode. Die Mode besteht aus einem äquatorialen Hauptmaximum und einem subtropischen Nebenmaximum. Die Windrichtung ist, wie bei gbt-Moden charakteristisch, gegen das Druckgefälle aus dem Tiefdruck-

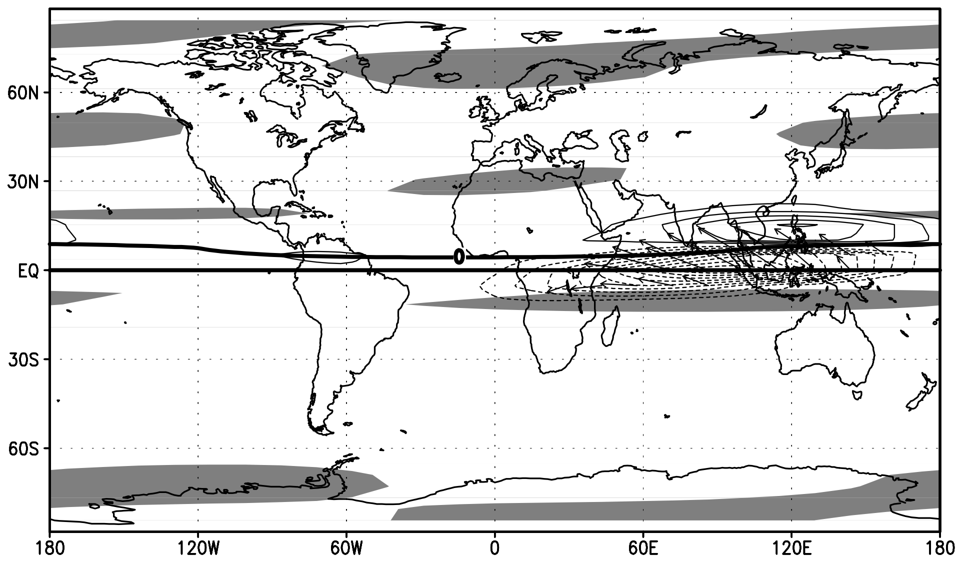

Abbildung 6.5: *Lokale Mode für den Grundwind vom 11.1.-16.1.1993 bei* $m_0^* = 1$. $\log \epsilon^* = 3,5$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt. Das Windfeld ist durch Pfeile dargestellt.*

gebiet hinaus und in das Hochdruckgebiet hinein gerichtet. Die Mode besitzt eine geringe westwärts gerichtete Phasengeschwindigkeit. τ_P beträgt etwa 44 Tage, und die Anwachszeit beträgt $\tau_A = 2,4$ Tage.

Der direkte Nachweis der Verstärkung der Zweitagewellen durch die Lösung des längenabhängigen Instabilitätsproblems wurde durch die Überlagerung mit lokalen Moden verwehrt. Die Anwachsrate der lokalen Moden übertrifft die Anwachsrate der nach Abschnitt 5.2.2 erwarteten verstärkten Zweitagewellen derart, daß diese nicht beobachtet werden konnten. In mehreren Fällen, besonders bei hohen Werten von $\log \epsilon^*$ treten auch sehr schnell anwachsende Schwerewellen in hohen Breiten auf. Diese überdecken dann die äquatorialen Wellen und verhindern damit zusätzlich die Untersuchung der Zweitagewelle. Das Auftreten dieser Schwerewellen läßt sich im Modell nur schwer unterdrücken, da die benutzten Grundwindfelder Beobachtungen entstammen und dadurch viele Einflüsse beinhalten, die sich nicht direkt kontrollieren lassen.

Aus diesem Grund wird im folgenden der Nachweis der Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$ aus der mesosphärischen Modenklasse auch bei idealisierten tanhförmigen Grundwindprofilen mit Längenabhängigkeit durchgeführt. Es wird dabei untersucht, wie sich insbesondere die Anwachsrate bei Veränderung der

Amplitude des längenabhängigen Grundwindanteils verhält. Dazu wird der Grundwind von Gleichung 5.1 mit einer $\cos\lambda$-förmigen Längenabhängigkeit versehen

$$U_0(\lambda,\varphi) = \frac{\bar{u}}{2}\left[\tanh\left(\frac{\varphi-\varphi_0}{\varphi_1}\right)+c\right]\cdot\cos\varphi\cdot(1+\psi\cdot\cos\lambda). \qquad (6.1)$$

Die Parameter werden wie in Abschnitt 5.2 gewählt mit $\bar{u} = 70$ m/s, $c = -5/7$ und $\varphi_0 = 0°, \varphi_1 = 9°$ bzw. $\varphi_0 = 9°, \varphi_1 = 6°$.

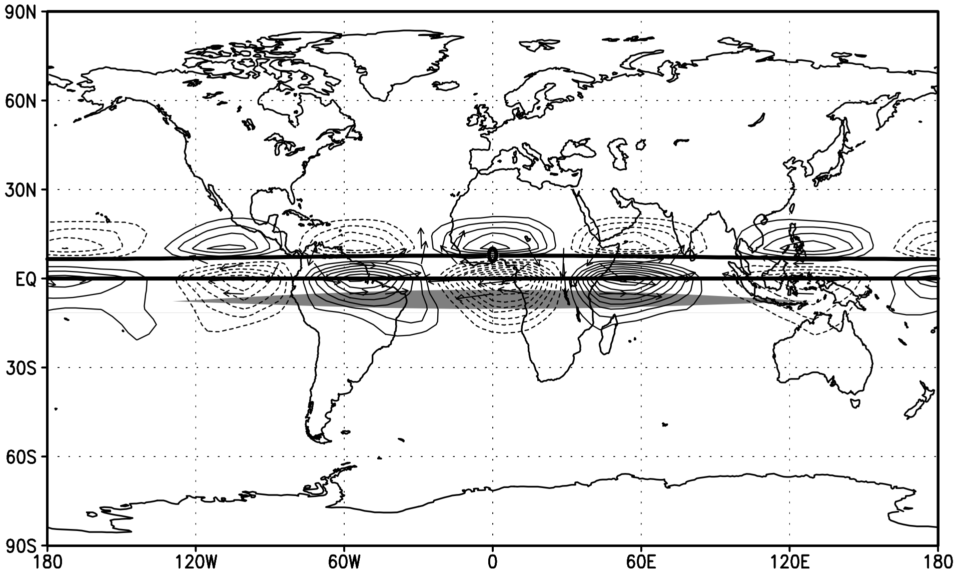

Abbildung 6.6: *„Zweitagewelle“ mit der Wellenzahl $m = 3$ für den idealisierten Grundwind mit $\psi = 0,1$. $\log\epsilon^* = 3,0$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt.*

Die Moden erfahren durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes eine Amplitudenmodulation (Abbildung 6.6), wie sie auch in Kapitel 4 bei den troposphärischen gbt-Moden zu sehen war. Die Abbildung zeigt eine „Zweitagewelle“ der Wellenzahl $m = 3$. Die maximale Amplitude befindet sich in dem Bereich mit der höchsten Instabilität. Die Phasenausbreitung ist in Übereinstimmung mit den Eigenwertanalysen für das längenunabhängige Windprofil westwärts, mit einer Periode von $\tau_P = 4,0$ Tagen. Durch die Nutzung eines linearisierten Modells und durch die Vereinfachung des Grundwindes werden mit den benutzten tanh-Grundwindprofilen für die Zweitagewelle keine realistischen Perioden um $\tau_P = 2$ Tage erhalten. Die Anwachszeit beträgt $\tau_A = 12$ Tage. Bei stärkerer Längenabhängkeit des Grundwindes (Erhöhung von ψ)

tritt eine zunehmende Lokalisierung der Welle ein. Unter zunehmendem Einfluß anderer Wellenzahlen $m \neq 3$ bilden sich Wellenpakete und lokale Moden. Das gleiche läßt sich auch bei der Wellenzahl $m = 4$ beobachten.

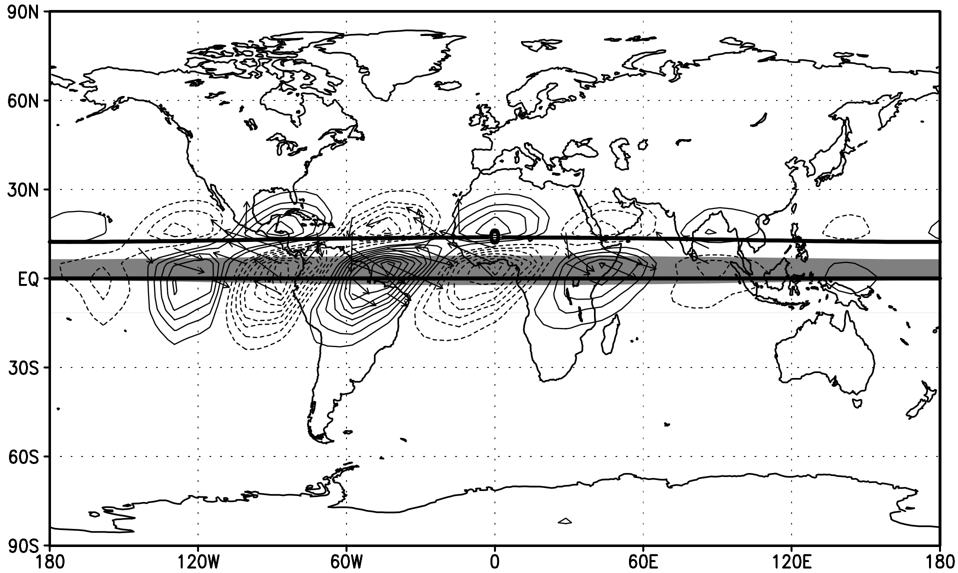

Abbildung 6.7: *„Zweitagewelle" mit der Wellenzahl $m = 4$ für den idealisierten Grundwind mit $\psi = 0,2$. $\log \epsilon^* = 2,5$. Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, die trägheitsinstabile Region ist mit dicken schwarzen Linien eingefaßt.*

Bei einer Parameterwahl von $\varphi_0 = 9°, \varphi_1 = 6°$ ist wie bei Profil C in Kapitel 4 die Möglichkeit zu starker Modenkopplung gegeben. Abbildung 6.7 zeigt die Mode in Form eines Wellenpaketes mit westwärts gerichteter Phasenausbreitung. Die Modenstruktur entspricht der einer gbt-Mode. Wie im vorhergehenden Fall bewirkt die Erhöhung der Längenabhängigkeit des Grundwindes eine Lokalisierung des Wellenpaketes. Über die Entwicklung von Periode und Anwachrate gibt Abbildung 6.8 Aufschluß. Die Periode τ_P erfährt eine leichte Verkürzung von 3,3 Tagen auf 3,1 Tage, wenn ψ von 0,0 schrittweise bis auf 0,5 erhöht wird. Die Anwachszeit verkürzt sich deutlich von $\tau_A = 1,6$ Tagen bei $\psi = 0,0$ auf $\tau_A = 1,1$ bei $\psi = 0,5$. Die Anwachsrate nimmt demnach mit ψ zu. Hiermit ist die Verstärkung der mesosphärischen Moden durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes exemplarisch für die Wellenzahl $m = 4$ gezeigt. Eine genaue, quantitative Abbildung der Realität ist bei Rechnung mit einem linearen Modell nicht zu erwarten. Da in Kapitel 4 gezeigt wurde, daß die Zunahme der Anwachsrate bei längenabhängigem Grundwind eine Eigenschaften der gbt-Moden ist, ist dieses ein weiterer Hinweis darauf, daß

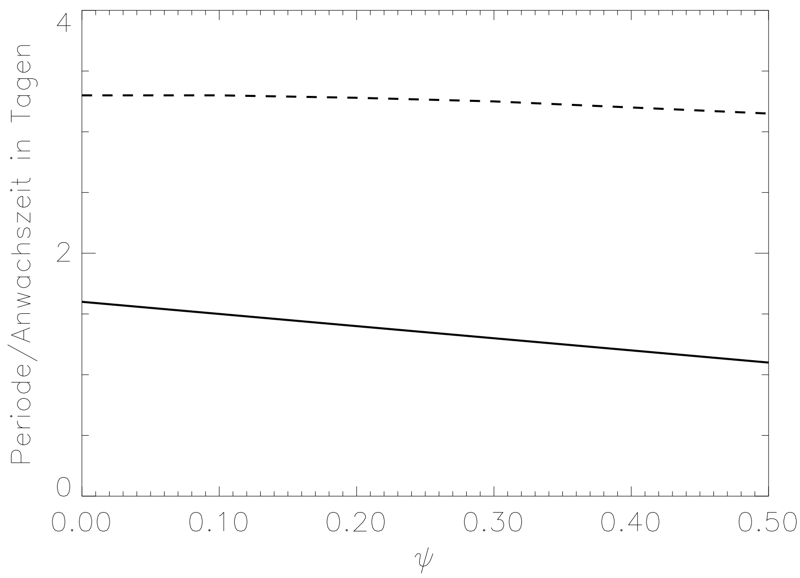

Abbildung 6.8: *Abhängigkeit der Periode τ_P (gestrichelt) und der Anwachszeit τ_A (durchgezogen) von der Amplitude ψ der Längenabhängigkeit im Grundwind.*

bei den mesosphärischen Moden Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität vorliegt.

6.2 Mesosphärische Pfannkuchenstrukturen

Ein sehr interessanter Fall von lokalen Moden die in der unteren Mesosphäre beobachtet worden sind, sind die sogenannten *Pancake Structures* (Abbildung 2.2). Die in Abbildung 6.5 gezeigte Modenstruktur hat eine sehr kurze vertikale Wellenlänge um 2,4 km, und sie hat große Ähnlichkeit mit der meridionalen Struktur der mesosphärischen „Pfannkuchenstrukturen“ mit einem äquatorialen Hauptmaximum und einem Nebenmaximum auf der Winterhemisphäre.

Für die Untersuchung der mesosphärischen Pfannkuchenstrukturen wurden aus H98 Beobachtungen[1] über das Auftreten einer solchen lokalen Mode im Dezember 1992 entnommen. Die Wachstumsphase der Pfannkuchenstruktur

[1] Temperaturdaten vom „cryogenic limb array etalon spectrometer“ (CLAES) auf dem „Upper Atmosphere Research Satellite“ (UARS)

umfaßt etwa eine Woche vor dem Erreichen der maximalen Amplitude am 17.12.1992.

Für den Grundwind der hier durchgeführten Instabilitätsrechnungen wurden die Windfelder aus UKMO-Reanalysen auf dem 0,416 mb Druckniveau über den Zeitraum vom 11.12.-16.12.1992 gemittelt. Die Längenabhängigkeit des Grundwindes wurde wie bei H98 bis zu einer Wellenzahl $m_0^* = 6$ berücksichtigt. Der Lamb-Parameter für die Instabilitätsrechnung wurde aus der vertikalen Wellenlänge in der Beobachtung zu $\log \epsilon^* = 3,0$ bestimmt.

Der Grundwind weist ein auffälliges Instabilitätsgebiet auf. Zwischen 120°O und 180°O liegt hohe Trägheitsinstabilität vor. Der Stabilitätsparameter nimmt Werte um $S_I \approx -0,02$ an. Zusätzlich befindet sich in diesem Gebiet auch die größte Vorticityumkehr. Das äquatoriale Band mit negativem Vorticitygradienten erreicht dort seine maximale meridionale Ausdehnung von 1°S bis 13°S und nimmt dabei Werte um $\zeta_\varphi \approx -0,14$ an. Dieses Instabilitätsgebiet wirkt als Quelle für eine lokale Mode mit einer Anwachszeit von $\tau_A = 2,0$ Tagen. Abbildung 6.9 zeigt die berechnete lokale Modenstruktur zu zwei Zeitpunkten ihrer Entwicklung im Abstand von zwei Tagen. Die Mode zeigt sehr gute Übereinstimmung mit der von H98 beschriebenen Pfannkuchenstruktur. Sie besitzt ein Maximum am Äquator und ein gegenphasiges zweites Maximum in den Subtropen. Die Mode bewegt sich wie bei H98 langsam ostwärts, wobei sich der Abstand des subtropischen Maximums zum Äquator vergrößert. H98 zeigt, daß die meridionale Struktur der Pfannkuchenstrukturen ein subtropisches Maximum besitzt, dessen Lage gemittelt über den Längenbereich von 165°W bis 105°W bei knapp 30°N liegt (vgl. H98, Abbildung 5b). Das trifft auch für die simulierte lokale Mode in diesem Längenbereich zu. Über den Wellenzug, der sich von dem subtropischen Maximum ausgehend entlang des Jetstreams an der Linie mit $\zeta_\varphi = 0$ nach Osten bewegt, macht H98 keine Aussage. Die longitudinale Ausdehnung der Pfannkuchenstruktur wird dort lediglich für das äquatoriale Maximum gezeigt, gemittelt über ein Breitenband von 4°S bis 4°N (vgl. H98, Abbildung 2). In Übereinstimmung mit der Abbildung von H98 liegt das Entstehungsgebiet der simulierten Mode bei etwa 160°O; die Mode wandert ostwärts, und zwischen 140°W und 100°W nimmt das äquatoriale Maximum wieder ab und verschwindet. Die Anwachszeit der beobachteten Pfannkuchenstruktur läßt sich aus H98 zu $\tau_A \approx 3$ Tagen bestimmen. Das ist etwas länger als in der Simulation. Da das Modell linear und dissipationsfrei ist, ist bei einer so stark anwachsenen Mode zu erwarten, daß die Anwachszeit in der Simulation kürzer ist als in der Realität. Eine stark anwachsende Mode beeinflußt unter anderem auch merklich den Grundstrom

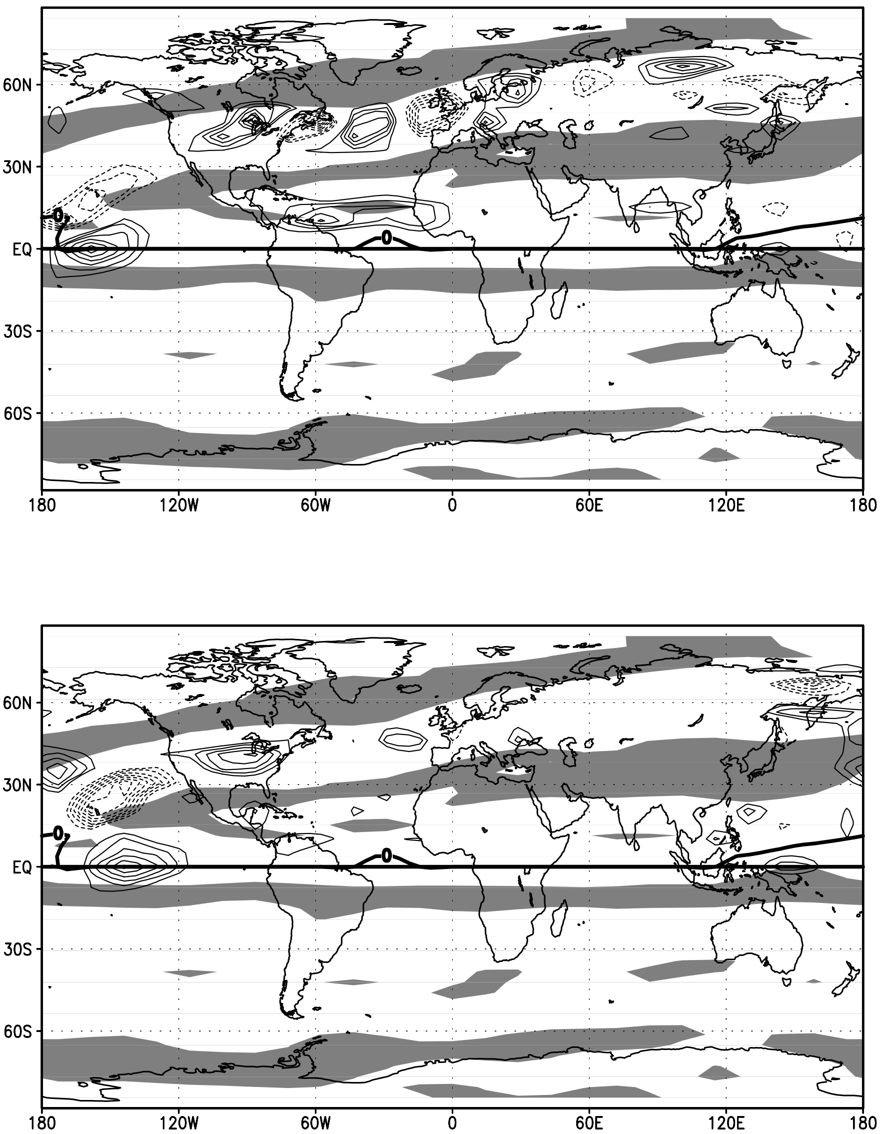

Abbildung 6.9: *Simulierte Pfannkuchenstruktur mit dem Grundwind vom 11.12.-16.12.1992 bei* $m_0^* = 6$ *im Abstand von zwei Tagen.* $\log \epsilon^* = 3,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit dicken schwarzen Linien eingefaßt, die bei teilweise am Äquator zusammenfallen.*

und gleicht die Instabilitäten aus, von denen sie hervorgerufen wurde. Bei einer Anwachszeit von 2 Tagen spielen solche nichtlineare Effekte eine nicht zu vernachlässigende Rolle, und die lineare Rechnung kann im Vergleich mit der Beobachtung nur qualitativ übereinstimmen.

Es wurden weitere Rechnungen durchgeführt, bei denen im Grundwind eine

Längenabhängigkeit nur bis zu einer maximalen Wellenzahl $m_0^* = 1$ und $m_0^* = 2$ zugelassen wurde. Auch bei diesen Rechnungen entwickelte sich die Pfannkuchenstruktur (Abbildung 6.10). Die Ähnlichkeit mit H98 war jedoch geringer und die Anwachsrate kleiner. Bei $m_0^* = 2$ ergab sich eine Anwachszeit von 2,5 Tagen, und bei $m_0^* = 1$ betrug die Anwachszeit 2,9 Tage. Durch die geringere Anzahl m_0^* der im Grundwind berücksichtigten Wellenzahlen ist das Instabilitätsmaximum weniger stark lokalisiert. Das führt zu einer kleineren Anwachsrate.

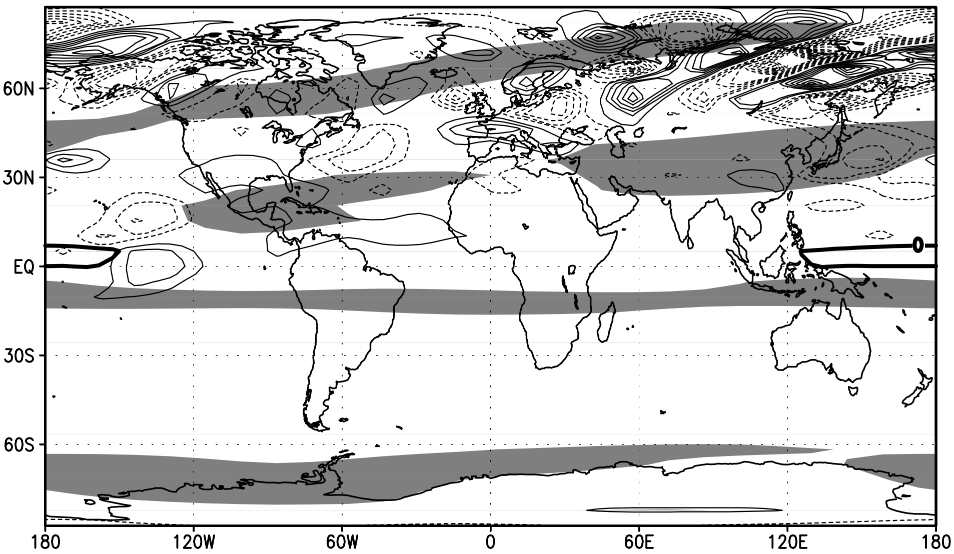

Abbildung 6.10: *Simulierte Pfannkuchenstruktur mit dem Grundwind vom 11.12.-16.12.1992 bei* $m_0^* = 2$. $\log \epsilon^* = 3,0$. *Dargestellt ist das normierte Geopotential. Gebiete mit negativem Vorticitygradienten sind grau unterlegt, trägheitsinstabile Regionen sind mit einer dicken schwarzen Linie umrandet.*

Der Vergleich der Ergebnisse mit den Beobachtungsergebnissen bei H98 hat gezeigt, daß das instabile Verhalten des Grundwindes eine mögliche Ursache der Pfannkuchenstrukturen ist. Je mehr Wellenzahlen (1 bis 6) man im Grundwind berücksichtigt, desto besser ist die Übereinstimmung der Wellenstruktur mit der Beobachtung. Pfannkuchenstrukturen entstehen durch gekoppelte barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität.

7 Diskussion

Seit ihrer Entdeckung hat man die Entstehung der Zweitagewelle durch zahlreiche verschiedene Mechanismen zu erklären versucht. Erste Theorien für die Zweitagewelle bei [Simmons, 1977] und [Plumb, 1983] führen barokline Instabilität an. Aus deren Instabilitätsrechnungen mit zweidimensionalen Modellen ergaben sich baroklin instabile Wellen mit den zonalen Wellenzahlen 5 bis 6, vertikaler Ausdehnung um 15 km und Perioden von etwa einem Tag. [Plumb, 1983] findet bei diesen Rechnungen auch eine Wellenzahl 3 mit einer Periode von etwa zwei Tagen.

Vergleichbare Ergebnisse in Bezug auf die ermittelten Wellenzahlen und die dazugehörigen Perioden lassen sich auch aus den in dieser Arbeit durchgeführten Instabilitätsanalysen für gbt-Moden ableiten, ohne daß eine barokline Instabilität vorliegt. Die Ergebnisse der Instabilitätsrechnungen stehen in guter Übereinstimmung mit den Eigenschaften der Zweitagewelle, wie sie aus Beobachtungen ermittelt worden sind (siehe z.B. [Limpasuvan et al., 2000a]). Fallstudien, für die als Grundwind Reanalysen für solche Zeiträume dienen, in denen die Zweitagewelle aufgetreten ist, ergeben in vielen Fällen instabile gbt-Moden, die den beobachteten Zweitagewellen entsprechen. Es ist jedoch nicht für jede, in Beobachtungen aufgetretene, Zweitagewelle gelungen, eine entsprechende instabile gbt-Mode zu berechnen.

Besonders für den Nordsommer ergaben die Instabilitätsrechnungen bisher keine Zweitagewelle. Es scheint in der Tat von Fall zu Fall unterschiedlich zu sein, ob die Zweitagewelle im Zusammenhang mit barotroper oder barokliner Instabilität auftritt. Während bei [Norton & Thuburn, 1996] und [Wu et al., 1996] eine nach Westen weisende Phasenneigung von einer baroklinen Wellenstruktur der Zweitagewelle zeugt, weisen andere Beobachtungen durch eine schwache Phasenverschiebung der Welle mit der Höhe [Limpasuvan & Leovy, 1995] auf eine barotrope Natur der Zweitagewelle hin. In [Limpasuvan et al., 2000a] wird gezeigt, daß die sommerliche und die winterliche Zweitagewelle möglicherweise durch unterschiedliche Instabilitätsmechanismen entstehen. Während die Entstehung der Zweitagewelle im Nordwinter mit barotroper Instabilität zusammenhängt, scheint im Nordsommer die barotrope Instabilität irrelevant für die Zweitagewelle zu sein, und die Wellenzahl 4 wird durch barokline Instabilität erzeugt. Dieses erklärt, warum bei Betrachtung der Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität in dieser Arbeit die Zweitagewelle im Nordsommer nicht aufgetreten ist. Ein zusätzlicher Einfluß der baroklinen Instabilität ist wahrscheinlich.

[Orsolini et al., 1997] weisen erstmals auf einen möglichen Entstehungsmechanismus hin, nach dem die Zweitagewelle auf das Zusammenwirken von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität zurückzuführen wäre. Belegt wird dieser Ansatz von [Limpasuvan et al., 2000b] anhand von Modellrechnungen mit einem nichtlinearen, mechanistischen GCM. Das Modell wird in einen Grundzustand gesetzt, der im zonalen Mittel trägheitsinstabil ist und ein großes Gebiet mit Umkehr des Vorticitygradienten über 60 km Höhe besitzt. Der Antrieb des Modells ist eine Störung mit der Wellenzahl 1. Es entstehen Zweitagewellen in Stratopausenhöhe, wobei die Wellenzahl 3 eine Periode von 2,04 Tagen und die Wellenzahl 4 eine Periode von 1,89 Tagen hat. Beide Wellen haben die maximale Amplitude des Meridionalwinds über dem Äquator. Aufgrund dieser Rechnungen kommt [Limpasuvan, 1998] zu dem Schluß, daß die Zweitagewelle als der Abschluß einer typischen Abfolge von Wellenereignissen gesehen werden kann: die Anregung stellen starke planetare Wellen in den mittleren Breiten dar, darauf folgen trägheitsinstabile Wellen und zum Ende die Zweitagewelle.

Eine weitere Verallgemeinerung ergibt sich aus den Ergebnissen dieser Arbeit. Die Zweitagewelle tritt als instabiler Eigenmode von Grundwinden auf, die sowohl barotrop instabil als auch trägheitsinstabil sind. Diese Eigenmoden treten in der Mesosphäre als Mehrfachlösungen neben instabilen Kelvinwellen, Rossbywellen und Rossby-Schwerewellen auf. Für instabile troposphärische Moden wurde von [Winter & Schmitz, 1998] die Existenz einer gbt-Modenklasse gezeigt, zu der sowohl barotrop instabile als auch trägheitsinstabile Moden beitragen. Diese Moden haben charakteristische Eigenschaften, die sich in der Mesosphäre auch bei einer weiteren Modenklasse finden. Zu dieser Modenklasse gehören eine etwa zehntägige Welle mit der Wellenzahl $m = 1$ [Randel & Gille, 1991], [Orsolini et al., 1997], eine etwa fünftägige Welle mit der Wellenzahl $m = 2$ [Randel & Gille, 1991], [Lieberman, 1999] und die Zweitagewelle mit den Wellenzahlen $m = 3$ und $m = 4$. Die in der linearen, dämpfungsfreien Instabilitätsrechnung auftretenden höheren Wellenzahlen werden in der Realität durch die mit der Kleinskaligkeit zunehmende Dämpfung kaum beobachtet.

Eine andere Deutung der Zweitagewelle ist die Kopplung der Normalmode der Rossby-Schwerewellen für die Wellenzahl 3 (im folgenden abgekürzt mit RS-3) mit Moden, die aus der baroklinen Instabilität des Jetstreams herrühren [Wu et al., 1996], [Norton & Thuburn, 1997]. [Salby & Callaghan, 2001] untersuchen die Wechselwirkung der RS-3 Normalmode mit barokliner Instabilität. Ihre Eigenwertberechnungen mit den linearisierten primitiven Gleichungen ergeben große Übereinstimmungen zwischen der Wellenzahl 3 der Zweitagewelle und der RS-3 Normalmode. Dabei liegt die Periode der RS-3 Normalmode bei 2,1 Tagen und die Struktur besteht aus einem tropischen Maximum auf der Sommerhemisphäre und einem gegenphasigen Nebenmaximum in den mittleren Breiten der Winterhemisphäre. Oberhalb der Mesopause verschiebt sich die von [Salby & Callaghan, 2001] beschriebene Wellenstruktur um etwa 40 Breitengrade in Richtung des Sommerpols. Dabei werden die äquatoriale Zweitagewelle und die in polaren Breiten gemessene Zweitagewelle nicht als getrennte Phänomene betrachtet.

In der vorliegenden Arbeit wurde nicht untersucht, ob eine solche Verbindung zwischen der äquatorialen Zweitagewelle und der polaren Zweitagewelle besteht. Es kann aber festgestellt werden, daß sich auch in 90 km Höhe, wo die polare Zweitagewelle gemessen wurde (z.B. [Meek et al., 1996]), im äquatorialen Bereich eine schwache Vorticityumkehr findet [Lieberman, 1999]. Der Eliassen-Palm-Fluß ist dabei zwischen 60 km und 90 km Höhe äquatorseitig von 50°S polwärts und aufwärts gerichtet, was darauf hindeutet, daß die Quelle der Zweitagewelle in den Tropen liegt [Lieberman, 1999]. Dieses steht im Einklang damit, daß die Zweitagewelle, wie in der vorliegenden Arbeit gezeigt, durch die Kopplung von Trägheitsinstabilität und barotroper Instabilität in den Tropen entsteht.

Bei [Salby & Callaghan, 2001] nimmt anders als bei der beobachteten Zweitagewelle die Periode der Rossby-Schwerewellen mit steigender Wellenzahl zu. Die entsprechende Normalmode mit der Wellenzahl 4 (RS-4) hat eine Periode von 2,5 Tagen, während für die Zweitagewelle mit der Wellenzahl 4 eine Periode von etwa 1,7 Tagen gemessen wurde. Bei den in dieser Arbeit als mesosphärischen gbt-Moden berechneten Zweitagewellen nimmt jedoch die Periode mit steigender Wellenzahl korrekt gemäß der Beobachtung ab und stimmt sowohl für $m = 3$ ($\tau_P = 2,0$ Tage) als auch für $m = 4$ ($\tau_P = 1,8$ Tage) mit der Beobachtung überein.

Das Auftreten der Zweitagewelle in Wellenpaketen, zu denen mindestens die Wellenzahlen 2, 3 und 4 beitragen, ist bei [Lieberman, 1999] anhand von Temperatur- und Winddaten des HRDI dokumentiert. Die Perioden stimmen mit 3,5 Tagen, 2,1 Tagen und 1,7 Tagen gut mit den in dieser Arbeit ermittelten Perioden überein (siehe z.B. Abbildung 5.34). Die dominante Wellenzahl in den Beobachtungen bei [Lieberman, 1999] war $m = 3$. Die dämpfungsfreien Instabilitätsrechnungen dieser Arbeit ergaben aus oben genanntem Grund für die Wellenzahlen $m = 4$ und $m = 5$ höhere Anwachsraten.

Die meridionale Struktur der Zweitagewelle besitzt in der Beobachtung [Limpasuvan et al., 2000a] ein äquatoriales Maximum in der Temperaturamplitude auf der Sommerhemisphäre. Dieses wird oft begleitet von einem Nebenmaximum in den mittleren Breiten der Sommerhemisphäre. Diese Struktur besitzen auch die in der vorliegenden Arbeit durch Instabilitätsrechnungen gewonnenen Eigenfunktionen der Zweitagewelle. Zusätzlich besitzen diese Eigenfunktionen ein Nebenmaximum auf der Winterhemisphäre, welches in [Limpasuvan et al., 2000a] nicht zu erkennen ist. Die Existenz dieses Nebenmaximums ist aber nicht ausgeschlossen, da die in Frage kommenden Breiten dort durch die Satellitenmessung zu einem großen Teil nicht abgedeckt wurden. In den bei [Limpasuvan, 1998] dargestellten Energiespektren ist für die Wellenzahl $m = 3$ in allen drei gezeigten Beispielen ein subtropisches Nebenmaximum bei ca. 25°N zu erkennen. Die Energiespektren wurden aus Satellitenmessungen für drei aufeinanderfolgende Winter gewonnen. Dabei wurde über einen Höhenbereich von 1 mb bis 0,46 mb gemittelt. Durch Hochpaßfilterung konnte H98 im Fall der Pfannkuchenstrukturen die Existenz eines solchen Nebenmaximums belegen, das im ungefilterten Datensatz durch die planetare Wellenaktivität in mittleren Breiten verborgen wurde. Auch die in einem GCM aufgetretene Zweitagewelle bei [Limpasuvan et al., 2000b] besitzt ein Nebenmaximum auf der Winterhemisphäre. Die bei [Salby & Callaghan, 2001] zur Erklärung der Zweitagewelle herangezogene RS-3 Normalmode besitzt wie oben erwähnt ein tropisches Maximum auf der Sommerhemisphäre und ein gegenphasiges Nebenmaximum in den mittleren Breiten der Winterhemisphäre. Die RS-4 Normalmode ist von ihrer Struktur ähnlich der RS-3 Normalmode, greift jedoch im Unterschied zu dieser nur sehr schwach auf die Winterhemisphäre über. Auch in der vorliegenden Arbeit ist das Nebenmaximum auf der Winterhemisphäre bei der Wellenzahl $m = 4$ in der Regel deutlich schwächer ausgeprägt als bei der Wellenzahl $m = 3$. Die Modenstruktur der Zweitagewelle in dieser Arbeit ist, wie gezeigt wurde, in guter Übereinstimmung mit den Beobachtungen [Limpasuvan, 1998, Limpasuvan et al., 2000a] und anderen theoretischen Berechnungen [Limpasuvan et al., 2000b], [Salby & Callaghan, 2001].

Zweitagewellen haben große Gemeinsamkeiten mit den mesosphärischen Pfannkuchenstrukturen, sowohl im Zeitpunkt und Ort des Auftretens als auch in den postulierten Entstehungsmechanismen. Auch [Limpasuvan, 1998] wird von seinen Ergebnissen zu der Vermutung geleitet, daß die Zweitagewellen und die von H98 beschriebenen Pfannkuchenstrukturen durch einen ähnlichen Mechanismus entstehen könnten. Vieles spricht dafür, daß sie lokale und globale Modenformen des selben Instabilitätsmechanismus, der Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität sind. In der vorliegenden Arbeit wurde gezeigt, daß instabile gbt-Wellen bei zunehmender Längenabhängigkeit des Grundwindes auf einen immer kleineren räumlichen Bereich beschränkt sind und dabei lokale gbt-Moden bilden, die mit den in H98 gezeigten beobachteten Pfannkuchenstrukturen gut übereinstimmen. H98 läßt offen, ob die Pfannkuchenstrukturen durch gekoppelte Instabilität entstehen, oder ob die Trägheitsinstabilität alleine die Ursache ist. Die lokalen trägheitsinstabilen Moden (siehe z.B. D93 oder Abbildung 4.5) sind den gbt-Moden in vieler Hinsicht ähnlich, haben aber kleinere Anwachsraten und erfahren keine so starke Lokalisierung durch die Längenabhängigkeit des Grundwindes wie die gbt-Moden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde das Instabilitätsproblem für gekoppelte barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität (gbt) untersucht. Wellen mit gekoppelter barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität wurden bisher nur von WS98 für längenunabhängige Grundwindprofile aus der Troposphäre untersucht, obwohl die ausgeprägte Längenabhängigkeit der Instabilitätsgebiete besonders in der Troposphäre diese Betrachtungsweise unumgänglich macht. Die Lösung des Instabilitätsproblems wurde ausgedehnt auf längenabhängige Grundwindprofile in der Troposphäre und in der unteren Mesosphäre. Das erlangte Wissen über die Eigenschaften von gbt-Moden bei längenabhängigem Grundwind gibt die Möglichkeit, beobachtete Wellentypen mit der gbt-Struktur zu identifizieren.

Ein großer Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung der gekoppelten Instabilität in der unteren Mesosphäre. Die Kopplung von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität ist hier verantwortlich für zwei wichtige mesosphärische Wellenphänomene, die äquatoriale Zweitagewelle und die sogenannten mesosphärischen Pfannkuchenstrukturen.

Es wurde gezeigt, daß gekoppelte barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität ein Entstehungsmechanismus für die äquatoriale Zweitagewelle in der unteren Mesosphäre ist. Dieses wurde an Fallbeispielen belegt, die auf satellitengestützten Beobachtungen beruhen. Die Kopplung der Instabilitäten ist ausschlaggebend für das Auftreten der Zweitagewellen in Beobachtungen. Die Zweitagewelle hat eine für gbt-Moden typische Doppelstruktur mit einer Windstörung, die in einem äquatorialen Band dem Druckgradienten entgegengesetzt ist. Die Zweitagewellen lassen sich mit anderen beobachteten Wellen in eine mesosphärische Modenklasse einordnen, zu der noch subtropische Wellen der Wellenzahlen 1 und 2 gehören, deren Perioden ca. 5 bis 15 Tage betragen, und äquatoriale Wellen mit den Wellenzahlen $m = 5$, 6, evtl. 7 und Perioden unter 1,5 Tagen. Die mesosphärische Modenklasse ist in ihrer Existenz zeitlich begrenzt auf einen Zeitraum nach den Solstitien, wenn in der unteren Mesosphäre die Windscherung zwischen dem

Westwindjet auf der Winterhemisphäre und dem Ostwindjet auf der Sommerhemisphäre zu einem Auftreten von sowohl äquatorialer barotroper Instabilität als auch von Trägheitsinstabilität führt. Kennzeichnend für diese Modenklasse ist der Übergang von barotroper Instabilität bei niedrigen Wellenzahlen zu Trägheitsinstabilität bei hohen Wellenzahlen. Im Übergang tritt gekoppelte Instabilität auf, die für die hohe Anwachsrate der Zweitagewelle verantwortlich ist. Bei realistischem, längenabhängigen Grundwind tritt die Zweitagewelle in der Form von Wellenpaketen auf, die bei [Lieberman, 1999] experimentell nachgewiesen worden sind. Anhand von Sensitivitätsstudien wurde der physikalische Mechanismus der mesosphärischen Wellen genauer untersucht. Es erwies sich, daß die Periode und die Anwachsrate der Wellen eine ausgeprägte Abhängigkeit sowohl von der Trägheitsinstabilität als auch von der meridionalen Ausdehnung des äquatorialen Gürtels mit negativem Vorticitygradienten besitzen. Eine Folgerung daraus ist wiederum die Bestätigung, daß die Zweitagewelle aus dem Zusammenwirken von barotroper Instabilität und Trägheitsinstabilität entsteht. Eine Verbreiterung dieses Gebietes mit Vorticityumkehr im Rahmen der beobachteten longitudinalen Variabilität führt zu einer selektiven Verstärkung der in Beobachtungen auftretenden Wellenzahlen der Zweitagewelle m=3 und m=4. Mit Instabilitätsrechnungen wurde die Zweitagewelle mit korrekter Periode, Wellenzahl und Modenstruktur simuliert und dabei eine Anwachsrate von (2,84 Tagen)$^{-1}$ erhalten.

Die ausgeprägte Längenabhängigkeit der aus den Reanalysen gewonnenen Grundwindfelder bewirkt, daß die einzelnen zonalen Wellenzahlen nicht mehr unabhängig voneinander sind. Dies führt neben der Ausbildung von Wellenpaketen zur Existenz von lokalen Moden mit hoher Instabilität. Diese überdecken bei den Untersuchungen häufig die langsamer anwachsenden, globalen Moden wie die Zweitagewelle. Da bei großen zonalen Wellenzahlen und bei lokalen Moden durch die Kleinskaligkeit höhere Gradienten auftreten, würden sich die Ergebnisse durch die Einführung einer Dissipation in das Modell vielleicht noch verbessern lassen.

Es wurde der Einfluß des längenabhängigen Grundwindes auf gbt-Moden im Allgemeinen untersucht. Dieser Einfluß ist in vieler Hinsicht vergleichbar mit den Ergebnissen von [Dunkerton, 1993] für trägheitsinstabile Wellen oder [Pierrehumbert, 1984] für barokline Wellen. Es entwickeln sich wie bei den genannten Untersuchungen Wellenpakete und bei starker Längenabhängigkeit des Grundwindes auch lokale Moden. Das Amplitudenmaximum befindet sich immer stromabwärts des Instabilitätsmaximums. Darüber hinaus konnte gezeigt werden, daß vorhandene Nebenmaxima in der meridionalen Modenstruktur durch den längenabhängigen Grundwind verstärkt werden. Es wurde ein Unterschied zwischen gbt-Moden und nicht gekoppelten Moden bei längenabhängigem Grundwind festgestellt. Bei gbt-Moden ist die Anwachsrate auf längenabhängigem Grundstrom größer als für den zonal gemittelten Fall mit längenunabhängigem Grundstrom. Dieses führt neben der Existenz instabiler Moden unterhalb des neutralen Punktes zur Verstärkung einzelner Wellenzahlen, was für das Auftreten der Zweitagewelle in der unteren Mesosphäre von Bedeutung ist.

Als zweiter mesosphärischer Wellentyp konnten die lokal auftretenden sogenannten mesosphärischen Pfannkuchenstrukturen auf gekoppelte barotrope Instabilität und Trägheitsinstabilität zurückgeführt werden. Bei längenabhängigem Grundwind wurden lokale gbt-Moden nachgewiesen, die große Übereinstimmungen mit den Pfannkuchenstrukturen besitzen. Hiervon angeregt ist für einen Zeitraum, in dem durch Satelliten Pfannkuchenstrukturen beobachtet worden sind, der dazugehörige längenabhängige Grundwind entnommen und in eine lineare Instabilitätsrechnung einbezogen worden. Auf diese Weise konnte die beobachtete Pfannkuchenstruktur reproduziert werden. Die Simulation ist in sehr guter Übereinstimmung mit der beobachteten Struktur bei H98.

Die Einführung einer Dissipation in das Spektralmodell könnte, wie oben erwähnt, zu weiteren Ergebnissen in den Untersuchungen der Zweitagewelle und der Pfannkuchenstrukturen bei längenabhängigem Grundwind führen. Hierzu würde neben der genannten Abschwächung großer zonaler Wellenzahlen und lokaler Moden besonders auch die Unterdrückung der kleinskaligen Schwerewellen beitragen, die in den Untersuchungen aufgetreten sind. Damit bietet sich auch die Lösung des Instabilitätsproblems für realistische längenabhängige troposphärische Grundwindsituationen als interessantes Forschungsgebiet an. Es ist von großem Interesse, ob sich auch für diese Grundwindfelder gbt-Moden entwickeln, und welchen Wellenereignissen sie zugeordnet werden können, die im entsprechenden Zeitraum beobachtet worden sind. Angesichts der hohen Anwachsraten der Zweitagewelle und der Pfannkuchenstrukturen wäre es sinnvoll, für die Weiterentwicklung der Untersuchungen auch die nichtlinearen Effekte zu berücksichtigen. Die Ergebnisse dieser Arbeit stellen eine gute Basis für umfangreiche weitergehende Untersuchungen dieser Richtung in der Mesosphäre dar.

A Lösung der Laplaceschen Gezeitengleichung

In diesem Anhang soll die Lösung der Laplaceschen Gezeitengleichung dargestellt werden. Die Methode stammt von [Winter, 1997] und wurde für den Gebrauch in dieser Arbeit weitestmöglich automatisiert.

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)u_\epsilon - \left(f - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi)\right)v_\epsilon + \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\Phi_\epsilon = 0 \tag{A.1}$$

$$\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)v_\epsilon + \left(f + \frac{2U_0\tan\varphi}{a}\right)u_\epsilon + \frac{1}{a}\partial_\varphi\Phi_\epsilon = 0 \tag{A.2}$$

$$-\epsilon\left(\partial_t + \frac{U_0}{a\cos\varphi}\partial_\lambda\right)\Phi_\epsilon - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda u_\epsilon - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(v_\epsilon\cos\varphi) = 0 \tag{A.3}$$

Da $U_0 = U_0(\varphi)$, ist eine Trennung der Variablen λ und φ möglich. Mit dem Separationsansatz

$$\begin{pmatrix} u_\epsilon(\lambda,\varphi,t) \\ v_\epsilon(\lambda,\varphi,t) \\ \Phi_\epsilon(\lambda,\varphi,t) \end{pmatrix} = \mathrm{Re}\begin{pmatrix} u_{m,\epsilon}(\varphi) \\ iv_{m,\epsilon}(\varphi) \\ \Phi_{m,\epsilon}(\varphi) \end{pmatrix} \cdot e^{i(m\lambda-\omega t)} \tag{A.4}$$

erhält man

$$\hat{\omega}u_{m,\epsilon} + Z_0 v_{m,\epsilon} - \frac{m}{a\cos\varphi}\Phi_{m,\epsilon} = 0 \tag{A.5}$$

$$\hat{\omega}v_{m,\epsilon} + f_1 u_{m,\epsilon} + \frac{1}{a}\frac{d\Phi_{m,\epsilon}}{d\varphi} = 0 \tag{A.6}$$

$$\epsilon\hat{\omega}\Phi_{m,\epsilon} - \frac{m}{a\cos\varphi}u_{m,\epsilon} - \frac{1}{a\cos\varphi}\frac{d}{d\varphi}(v_{m,\epsilon}\cos\varphi) = 0 \tag{A.7}$$

mit den Abkürzungen

$$\hat{\omega} = \omega - \frac{m}{a\cos\varphi}U_0 \tag{A.8}$$

$$f_1 = f + \frac{2U_0\tan\varphi}{a} \tag{A.9}$$

$$Z_0 = f - \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\varphi(U_0\cos\varphi). \tag{A.10}$$

Durch Eliminieren von $u_{m,\epsilon}$ und $v_{m,\epsilon}$ werden Gleichung A.5 bis A.7 zusammengefaßt zur verallgemeinerten Laplaceschen Gezeitengleichung

$$\frac{1}{a^2}\frac{d^2\Phi_{m,\epsilon}}{d\varphi^2} - B^\omega_m \frac{1}{a}\frac{d\Phi_{m,\epsilon}}{d\varphi} - A^\omega_{m,\epsilon}\Phi_{m,\epsilon} = 0 \tag{A.11}$$

mit den Randwerten $\Phi_{m,\epsilon}(\pm\frac{\pi}{2}) = 0$ und den Koeffizienten

$$A^\omega_{m,\epsilon}(\varphi) = \left(\frac{m}{a\cos\varphi}\right)^2 + \epsilon\Delta + \frac{m}{a\cos\varphi}\frac{1}{\Delta\hat{\omega}}\left(\frac{f_1}{a}\frac{d\Delta}{d\varphi} - \frac{\Delta}{a}\frac{df_1}{d\varphi}\right) \tag{A.12}$$

$$B^\omega_m(\varphi) = \frac{1}{a}\left(\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\varphi} + \tan\varphi\right). \tag{A.13}$$

Für die numerische Lösung wird die Gleichung in eine dimensionslose Form mit den Variablen $\mu = \sin\varphi$, $Z^*_0 = Z_0/2\Omega$, $f^*_1 = f_1/2\Omega$, $\epsilon^* = (2\Omega a)^2\epsilon$, $\Delta^* = \Delta/(2\Omega)^2$ und $\sigma = \omega/2\Omega$ gebracht. Diese wird dann durch die Verwendung von zentralen Differenzenquotienten in eine Finite-Differenzen-Gleichung umgeschrieben

$$\left(1 - \frac{\Delta\mu}{2}B_l\right)\Phi_{l+1} - (2 + \Delta\mu^2 A_l)\Phi_l + \left(1 + \frac{\Delta\mu}{2}B_l\right)\Phi_{l-1} \tag{A.14}$$

mit $A_l = A^\sigma_{m,\epsilon^*}(\mu_l)$ und $B_l = B_{m,\epsilon^*}(\mu_l)$ für $l \in \{-L+1, \ldots, L-1\}$. Die Differenzengleichung wird als eine $2L-1$-dimensionale Matrix $\mathbf{T}^\sigma_{m,\epsilon^*}$ aufgefaßt. Die Matrix hat eine tridiagonale Gestalt. Die von Null verschiedenen Einträge sind gegeben durch

$$T_{l,l} = 2 + \Delta\mu^2 A_l \quad \text{und} \quad T_{l,l\pm1} = 1 \mp \frac{\Delta\mu}{2}B_l. \tag{A.15}$$

Für die Existenz nichttrivialer Lösungen des Gleichungssystems muß die Determinante der Matrix $\mathbf{T}$ verschwinden. Diese Bedingung führt für vorgegebene m und ϵ^* auf eindeutig bestimmte komplexe Eigenwerte σ. Mögliche Nullstellen sind als lokale Minima der Determinante $\det\mathbf{T}(\sigma)$ zu erkennen, die auf einem diskreten Gitter in einer angemessenen Auflösung berechnet wird. Für das Auffinden der Nullstellen wird eine Minimalisierungsroutine verwendet. Neben physikalischen Lösungen existieren auch „numerische Nullstellen“. Diese sind daran zu erkennen, daß sie invariant gegen die Veränderung von ϵ^* sind und daß die Berechnung der zugehörigen Eigenfunktion zu keiner physikalisch sinnvollen Lösung führt. Diese numerischen Nullstellen können in manchen Fällen das Auffinden einiger physikalischer Lösungen verhindern. Ausgehend von einer Lösung σ_{m,ϵ^*} wird bei festgehaltenem m der Parameter ϵ^* um $\delta\epsilon^*$ variiert und so die komplexwertige Eigenwertkurve $\sigma(\epsilon^*)$ berechnet.

Zur Berechnung der komplexen Eigenfunktionen wird Φ aus der rekursionsformel Gleichung A.14 mit den Randwerten $\Phi_{\pm L} = 0$ von den Polen her äquatorwärts integriert. Die Integrationskonstanten $\kappa^- = \Phi_{-L+1}$ und $\kappa^+ = \Phi_{L-1}$ müssen durch geschicktes Probieren so gewählt werden, daß die Eigenfunktion Φ an der Stelle μ_0, wo sich die nordhemisphärische Lösung und die südhemisphärische Lösung begegnen, mindestens zweifach stetig differenzierbar ist. Hierzu wird eine Norm

$$\Upsilon_{\mu_0}(\kappa^+, \kappa^-) = \parallel \Phi^{\kappa^+}(\mu_0) - \Phi^{\kappa^-}(\mu_0) \parallel^2 \tag{A.16}$$

eingeführt. Die Integrationskonstanten κ^+ und κ^- werden durch Minimalisierung der Norm $\Upsilon_{\mu_0}(\kappa^+, \kappa^-)$ ermittelt.

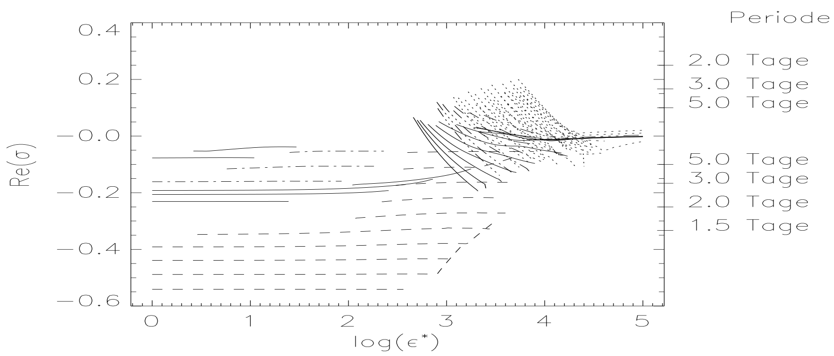

Abbildung A.1: *Übersicht über die Mehrfachlösungen anhand der Eigenwertkurven Re(σ) in Abhängigkeit vom Lamb-Parameter ϵ^*. Die durchgezogenen, nahezu waagerechten Linien stellen die Eigenwertkurven der mesosphärischen Modenklasse von m=1 bis 6 dar. Die stark divergenzbehafteten barotrop instabilen Moden (m=1 bis 10) sind gestrichelt dargestellt und die schwach divergenzbehafteten barotrop instabilen Moden (m=1 bis 3) mit Strich-Punkt. Die instabilen Kelvinmoden (m=1 bis 10) sind wiederum als durchgezogene Linien bei* $\log \epsilon^* \geq 2,7$ *zu sehen. Rossby-Schwerewellen (m=5 bis 10) sind durch Strich-Punkt-Punkt-Punkt und Schwerewellen gepunktet dargestellt.*

Für eine Wellenzahl m können mehrere Lösungen existieren. Diese entsprechen dann unterschiedlichen instabilen Wellentypen. Anhand der Struktur der Eigenfunktionen und des Verlaufes der Eigenwertkurven werden die berechneten Moden in verschiedene Modenklassen geordnet. Die Modenklassen bestehen dabei aus gleichartigen Moden verschiedener Wellenzahlen. Abbildung A.1 zeigt als Beispiel die in Abschnitt 5.1 beschriebenen Mehrfachlösungen anhand der Eigenwertkurven für Re(σ). Die einzelnen Modenklassen sind in Abschnitt 5.1 eingehender dargestellt.

B Grundwindprofile Fall 1 bis Fall 4

[Winter & Schmitz, 1998] benutzen vier Grundwindprofile, auf die in dieser Arbeit mehrfach Bezug genommen wird. Zur Veranschaulichung sind diese Windprofile hier dargestellt.

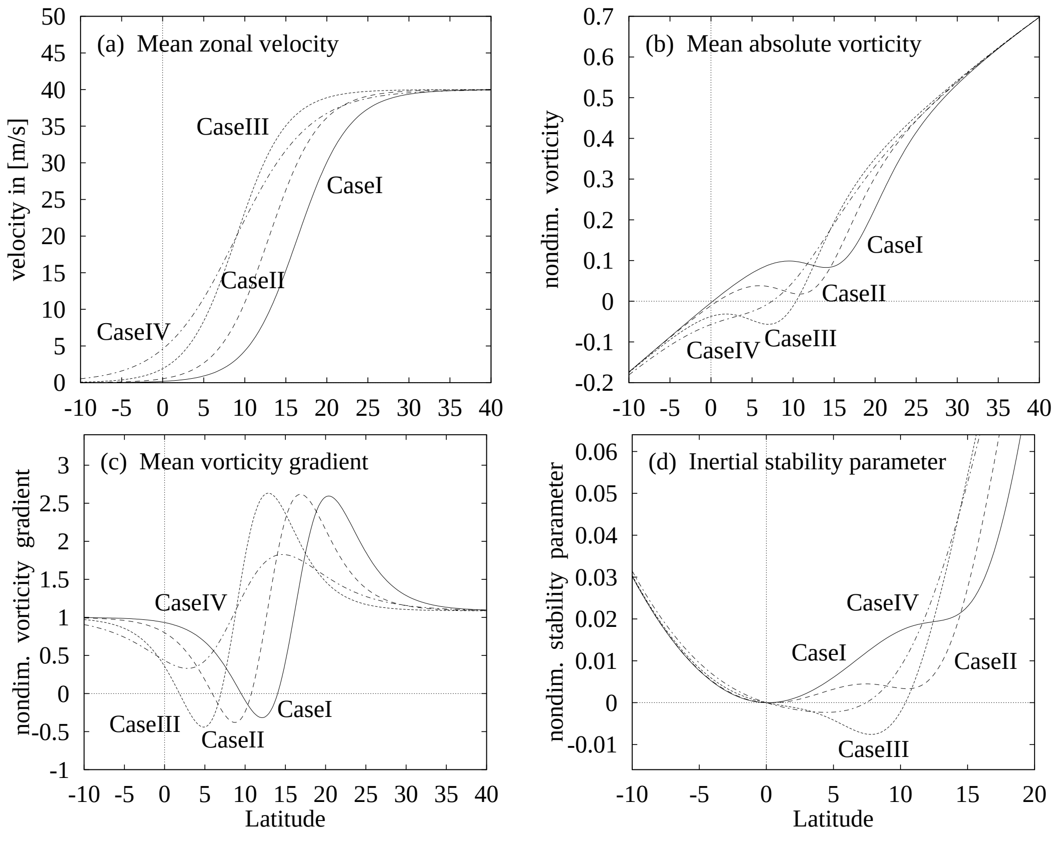

Abbildung B.1: *Grundwind für die Fälle 1,2,3 und 4 bei WS98. Im Sonderfall* $\psi = 0$ *entsprechen diese den untersuchten Windprofile A,B,C und D. (a) zonaler Wind, (b) Vorticity, (c) meridionaler Vorticitygradient und (d) Stabilitätsparameter.*

C Bestimmung von Moden mit dem Spektralmodell

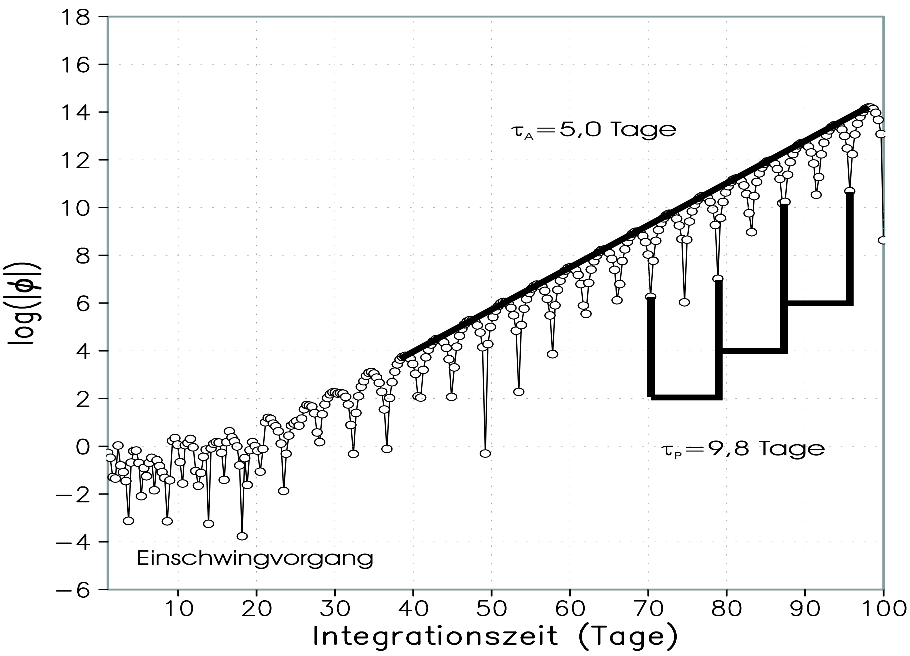

Abbildung C.1: *Bestimmung der Periode und Anwachszeit. Die logarithmische Amplitude der Geopotentialwelle ist über der Zeit aufgetragen.*

Es wird eine Anfangsstörung vorgegeben. In der Zeitintegration gewinnt nach einem Einschwingvorgang, der durch ein Gemisch vieler Moden gekennzeichnet ist, die instabilste Mode Oberhand. Es stellt sich für $t \to \infty$ ein Endzustand ein, der die instabilste Mode darstellt. Dieser Endzustand ist gekennzeichnet dadurch, daß die Periode konstant ist, die Amplitude exponentiell zunimmt und die Modenstruktur sich nicht mehr verändert. Dieser Vorgang ist in Abbildung C.1 zu sehen. Dort ist die logarithmische Amplitude der Geopotentialwelle über der Zeit aufgetragen. In den ersten 30 Tagen kann man deutlich den Einschwingvorgang sehen. Nach etwa 40 Tagen hat sich die instabilste Mode soweit durchgesetzt, daß die Hüllkurve, die die Amplitudenmaxima miteinander verbindet, zu einer Gerade wird. Daran zeigt sich das exponentielle Wachstum. Aus der Steigung der Geraden wird die Anwachszeit bestimmt.

Auch die Periode erfährt im gezeigten Beispiel nach 40 Tagen keine Änderung mehr. Nulldurchgänge erscheinen in dieser logarithmischen Darstellung als Minimum, und die Periode ist dadurch der doppelte Abstand zwischen zwei Minima. Die Periode wird durch die Mittelung über den Zeitraum gewonnen, in dem sie sich nicht mehr ändert.

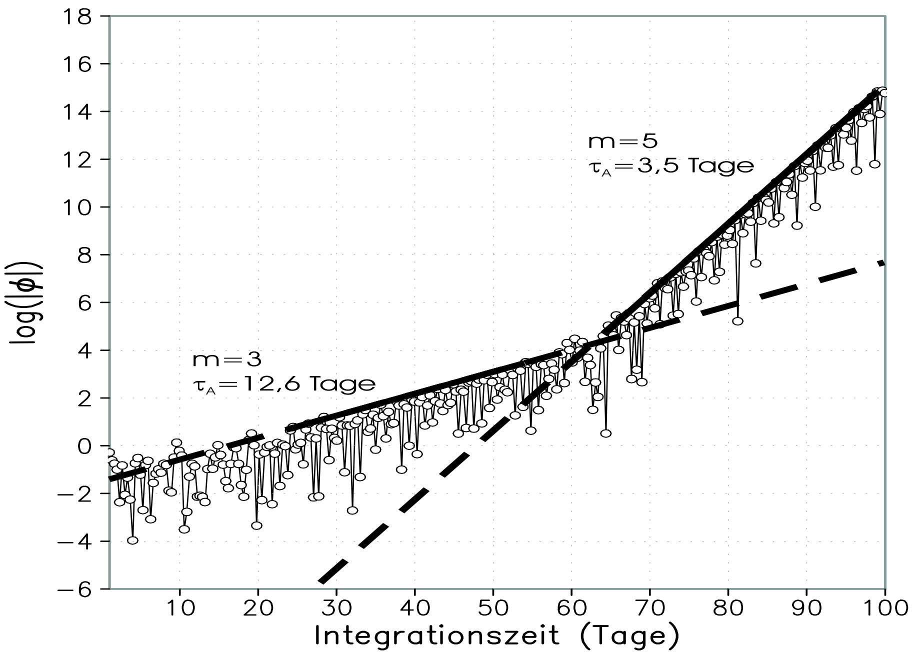

Abbildung C.2: *Selektive Anregung: Die angeregte Wellenzahl 3 ist von Tag 25 bis Tag 55 vorherrschend. Ab Tag 65 ist nur noch die deutlich instabilere Wellenzahl 5 zu sehen.*

Wird als Anfangsstörung weißes Rauschen vorgegeben, erhält man immer die instabilste Mode. Durch die selektive Anregung spezieller Moden lassen sich in einigen Fällen weitere Erkenntnisse gewinnen. Wird die Zeitintegration mit einer bestimmten Mode initialisiert, erhält diese zum Zeitpunkt $t = 0$ eine um viele Größenordnungen höhere Anfangsamplitude. Dadurch ist diese Mode gegebenenfalls nach der Einschwingphase über einen begrenzten Zeitraum vorherrschend, bevor sie von der instabilsten Mode überdeckt wird (Abbildung C.2). Haben einige Moden annähernd hohe Anwachsraten wie die instabilste Mode, lassen sich auf diese Weise zusätzlich zur instabilsten Mode auch für diese weiteren Moden Periode, Anwachsrate und Modenstruktur bestimmen (Abbildung C.3).

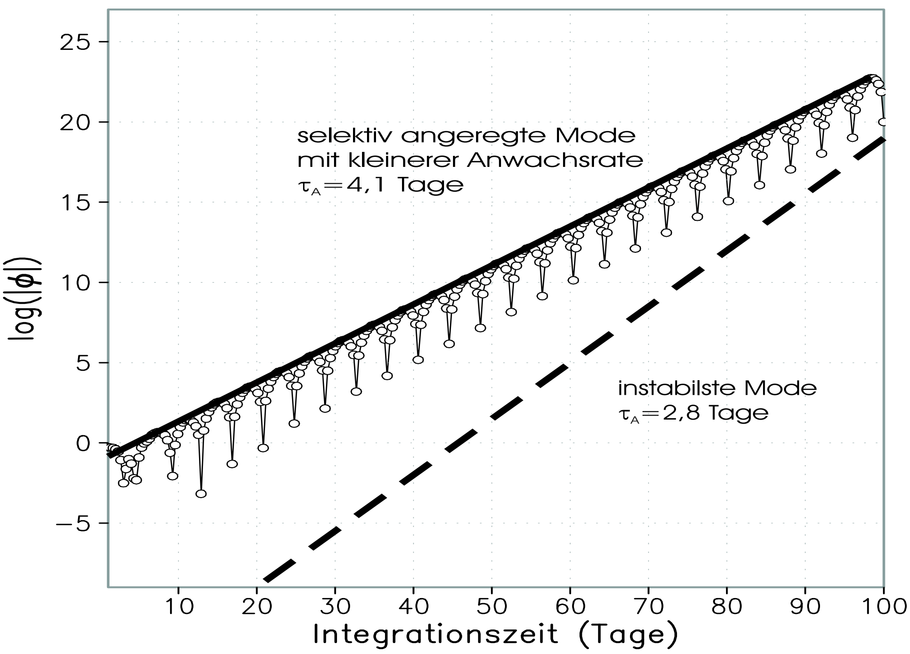

Abbildung C.3: *Selektive Anregung: Die angeregte Welle ist über den ganzen simulierten Zeitraum vorherrschend, und es können Periode und Anwachszeit bestimmt werden. Die instabilste Mode hat nur eine geringfügig höhere Anwachsrate und kann sich innerhalb des Simulationszeitraums nicht durchsetzen.*

Die Zeitintegration wird durch eine Anfangsstörung zum Zeitpunkt $t = 0$ initialisiert. Bei den in dieser Arbeit diskutierten Ergebnissen wurden für die Initialisierung neben weißem Rauschen Rossby-Wellen oder Kelvinwellen mit einer vorgegebenen zonalen Wellenzahl m_i benutzt. Die Rossby-Wellen werden durch

$$\Phi = A \exp\left(-\frac{(\varphi - \varphi_0)^2}{\sigma^2}\right) \sin(m_i \lambda) \tag{C.1}$$

beschrieben, wobei $\varphi_0 = 30°$ gesetzt wurde. Die Windgeschwindigkeiten werden dabei durch die Beziehungen

$$fu = -\frac{1}{a}\partial_\varphi \Phi \tag{C.2}$$

$$fv = \frac{1}{a\cos\varphi}\partial_\lambda \Phi \tag{C.3}$$

bestimmt. Für die Kelvinwellen gilt

$$\Phi = A \exp\left(-\frac{\Omega a \varphi^2}{\sqrt{\epsilon}}\right) \sin(m_i \lambda) \tag{C.4}$$

$$u = \frac{\Phi}{\sqrt{\epsilon}} \tag{C.5}$$

$$v \equiv 0. \tag{C.6}$$

Literaturverzeichnis

[Andrews et al., 1987] D. G. Andrews, J. R. Holton, C. B. Leovy, „Middle Atmosphere Dynamics“, Academic Press, 1987.

[Boyd & Christidis, 1982] J. Boyd, D. Christidis, „Low-wavenumber instabilities on the equatorial beta-plane“, Geophys. Res. Lett., **9**, 769-772, 1982.

[Clark & Haynes, 1996] P. D. Clark, P. H. Haynes, „Inertial instability on an asymmetric low-latitude flow“, Q. J. R. Meteorol. Soc., **122**, 151-182, 1996.

[Dunkerton, 1990] T. J. Dunkerton, „Eigenfrequencies and Horizontal Structure of Divergent Barotropic Instability Originating in Tropical Latitudes“, J.Atmos.Sci., **47**, 1288-1301, 1990.

[Dunkerton, 1993] T. J. Dunkerton, „Inertial Instability of Nonparallel Flow on an Equatorial β Plane“, J.Atmos.Sci., **50**, 2744-2758, 1993.

[Fehlberg, 1970] E. Fehlberg „Klassische Runge-Kutta-Formeln vierter und niedriger Ordnung mit Schrittweitenkontrolle und ihre Anwendung auf Wärmeleitungsprobleme, Tab.4“, Computing **6**, 61-71, 1970.

[Hasselmann, 1988] K. Hasselmann „PIPs and POPs: The Reduction of Complex Dynamical Systems Using Principal Oscillation Patterns“, J. Geophys. Res., **93**, 11011-11021, 1988.

[Hayashi et al., 1998] H. Hayashi, M. Shiotani, J. C. Gille, „Vertically stacked temperature disturbances near the equatorial stratopause as seen in cryogenic limb array etalon spectrometer data“, J. Geophys. Res., **103**, 19469-19483, 1998.

[Hitchman et al., 1987] M. Hitchman, C. Leovy, J. Gill, P. Bailey, „Quasi-Stationary Zonally Asymmetric Circulations in the Equatorial Lower Mesosphere“, J.Atmos.Sci., **44**, 2219-2236, 1987.

[Holton, 1975] J. Holton, „The Dynamic Meteorology of the Stratosphere and Mesosphere“, The American Meteorological Society, Boston, 1975.

[Kuo, 1948] H. Kuo, „Dynamic Instability of Two-Dimensional Nondivergent Flow in a Barotropic Atmosphere“, Journal of Meteorology, **6**, 105-122, 1948.

[Lieberman, 1999] R. S. Lieberman, „Eliassen-Palm Fluxes of the 2-Day Wave“, J. Atmos. Sci., **56**, 2846-2861, 1999.

[Liljequist, 1974] G. H. Liljequist, „Allgemeine Meteorologie“, Vieweg, Braunschweig 1974.

[Limpasuvan & Leovy, 1995] V. Limpasuvan, C. B. Leovy, „Observation of the two-day wave near the southern summer“, Geophys. Res. Lett., **22**, 2385-2388, 1995.

[Limpasuvan, 1998] V. Limpasuvan, „Tropical Dynamics near the Stratopause: the Two-day Eave and Its Relatives“, Dissertation, University of Washington, 1998.

[Limpasuvan et al., 2000a] V. Limpasuvan, C. B. Leovy, Y. J. Orsolini, „Observed Temperature Two-Day Wave and Its Relatives near the Stratopause“, J. Atmos. Sci., **57**, 1689-1701, 2000.

[Limpasuvan et al., 2000b] V. Limpasuvan, C. B. Leovy, Y. J. Orsolini, B. A. Boville, „Numerical Simulation of the Two-Day Wave near the Stratopause“, J. Atmos. Sci., **57**, 1702-1717, 2000.

[Longuet-Higgins, 1968] M. S. Longuet-Higgins, „The Eigenfunctions of Laplace's Tidal Equation over a Sphere“, Philosophical Transactions of the Royal Society London, **262**, 511-607, 1968.

[McAvaney et al., 1978] B. J. McAvaney, W. Bourke, K. Puri, „A Global Spectral Model for Simulation of the General Circulation“, J. Atmos. Sci., **35**, 1557-1583, 1978.

[Meek et al., 1996] C. E. Meek, A. H. Manson, S. J. Franke, W. Singer, P. Hoffmann, R. R. Clark, T. Tsuda. T. Nakamura, M. Tsutsumi, M. Hagan, D. C. Fritts, J. Isler, Y. I. Portnyagin, „Global study of northern hemisphere quasi-2-day wave events in recent summers near 90 km altitude“, J. Atmos. Terr. Phys., **58**, 1401-1411, 1996.

[Müller, 1972] H. G. Müller, „Long-period meteor wind oscillations.“, Phil. Trans. Roy. Soc. London, **A271**, 585-598, 1972.

[Müller & Nelson, 1978] H. G. Müller, L. Nelson, „A travelling quasi 2-day wave in the meteor region“, J. Atmos. Terr. Phys., **40**, 761-766, 1978.

[Norton & Thuburn, 1996] W. A. Norton, J. Thuburn, „The two-day wave in a middle atmosphere GCM“, Geophys. Res. Lett., **23**, 2113-2116, 1996.

[Norton & Thuburn, 1997] W. A. Norton, J. Thuburn, „The mesosphere in the extended UGAMP GCM“, *Gravity Wave Processes and their Parametrization in Global Climate Models*, K. Hamilton, Hrsg., Vol. 50, 383-401, Springer-Verlag, 1997.

[Orsolini et al., 1997] Y. J. Orsolini, V. Limpasuvan, C. B. Leovy, „The tropical stratopause in the UKMO assimilated analyses: Evidence for a 2-day wave and inertial circulations.“, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **123**, 1707-1724, 1997.

[O'Sullivan & Hitchman, 1992] Donal J. O'Sullivan, Matthew H. Hitchman, „Inertial Instability and Rossby Wave Breaking in a Numerical Model“, J.Atmos.Sci., **12**, 991-1002, 1992.

[Pichler, 1997] H. Pichler, „Dynamik der Atmosphäre“, Spektrum Akademischer Verlag, 1997.

[Pierrehumbert, 1984] R. T. Pierrehumbert, „Local and global baroclinic instability of zonally varying flow“, J. Atmos. Sci., **41**, 2141-2162, 1984.

[Plumb, 1983] R. A. Plumb, „Baroclinic Instability of the Summer Mesosphere: A Mechanism for the Quasi-Two-Day Wave?“, J. Atmos. Sci., **40**, 262-270, 1983.

[Press et al., 1992] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, „Numerical Recipes in Fortran“, Cambridge University Press, 1992.

[Randel & Gille, 1991] W. J. Randel, J. C. Gille, „Kelvin Wave Variability in the Upper Stratosphere Observed in SBUV Ozone Data“, J. Atmos. Sci., **48**, 2336-2349, 1991.

[Randel, 1992] W. J. Randel. „Global Atmospheric Circulation Statistics, 1000 - 1 mb“, NCAR Technical Note, NCAR/TN-366+STR, 1992.

[Rodgers & Prata, 1981] C. D. Rodgers, A. J. Prata, „Evidence for a traveling 2-day wave in the middle atmosphere“, J. Geophys. Res., **86**, 9661-9664, 1981.

[Salby, 1996] M. L. Salby, „Fundamentals of atmospheric physics“, Academic press, 1996.

[Salby & Callaghan, 2001] M. L. Salby, P. F. Callaghan, „Seasonal Amplification of the 2-Day Wave: Relationship between Normal Mode and Instability“, J. Atmos. Sci., **58**, 1858-1869, 2001.

[Simmons, 1977] A. J. Simmons, „Baroclinic instability in the summer mesosphere“, Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **103**, 211-215, 1977.

[Stevens, 1983] D. Stevens, „On Symmetric Stability and Instability of Zonal Mean Flows Near the Equator.“, J. Atmos. Sci., **40**, 882-893, 1983.

[Swinbank & O'Neill, 1994] Richard Swinbank, Alan O'Neill, „A Stratosphere-Troposphere Data Assimilation System“, Mon. Wea. Rev., **122**, 686-702, 1994

[Washington & Parkinson, 1986] W. M. Washington, C. L. Parkinson, „An Introduction to Three-Dimensional Climate Modeling“, University Science Books, 1986.

[Winter, 1997] Thomas Winter, „Über barotrop instabile und trägheitsinstabile breitenabhängige Grundwindprofile in den Tropen“, Dissertation, Universität Rostock, 1997.

[Winter & Schmitz, 1998] T. Winter, G. Schmitz, „On divergent barotropic and inertial instability in zonal-mean flow profiles“, J. Atmos. Sci., **55**, 758-776, 1998.

[Wu et al., 1996] D. L. Wu, E. F. Fishbein, W. G. Read, J. W. Waters, „Excitation and evolution of the quasi-2-day wave observed in UARS/MLS temperature measurements“, J. Atmos. Sci., **53**, 728-738, 1996.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denen bedanken, die in irgendeiner Form zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Zuerst möchte ich Herrn Prof. Dr. Gerhard Schmitz für die interessante Aufgabenstellung meiner Doktorarbeit danken. Seine Fachkompetenz war der Garant für konstruktive Diskussionen.

Herrn Dr. Erich Becker danke ich für seine Unterstützung in Fragen der numerischen Programmierung und Herrn Dr. Axel Gabriel und Dr. Norbert Engler für hilfreiche Kommentare zu meiner Arbeit.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Heiner Körnich und Herrn Dr. Günter Entzian, die immer Zeit für mich hatten und jederzeit für eine Diskussion offen waren. Ihre konstruktive Unterstützung war für mich von großem Wert.

Weiter möchte ich dem Team des BADC (British Atmospheric Data Centre) für die freundliche Bereitstellung von Reanalysedaten danken, die die Grundlage meiner Instabilitätsanalysen in der Mesosphäre bilden.

Und nicht zuletzt gilt mein Dank den Mitarbeitern des Leibniz-Instituts für Atmosphärenphysik und allen anderen, die mich während meiner Zeit als Doktorandin moralisch unterstützt haben. Hier möchte ich besonders die gute Seele des Instituts, Frau Roswitha Mehl und meine Eltern, die immer an mich geglaubt haben, und ohne die ich nie soweit gekommen wäre hervorheben.

Lebenslauf

Geburtsdatum	23. November 1968
Geburtsort	Detmold
1975 – 1979	Grundschule Hiddesen
1979 – 1988	Gymnasium Leopoldinum I in Detmold
6/1988	Abitur (Note 1,3)
10/1989 – 9/1990	Biologiestudium an der Universität Würzburg
10/1990 – 2/1997	Physikstudium an der Universität Würzburg
9/1993 – 10/1994	Austauschstudentin am Phys. Institut der Universität Oulu, Finnland
9/1995 – 12/1996	Diplomarbeit am Bayerischen Zentrum für angewandte Energieforschung (ZAE-Bayern) Thema: Optimierung von Kapillarstrukturen zur Tageslicht-Nutzung
2/1997	Abschluß: Physik Diplom (Note 1,8)
1/1997 – 6/1997	Anstellung als wissenschaftliche Hilfskraft am ZAE-Bayern
1/1997 – 5/1997	Lehrbeauftragte am Studienkreis in Lohr/Main
7/1997 – 8/2001	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Leibniz-Institut für Atmospärenphysik in Kühlungsborn
9/2001	Fachlehrerin für Physik und Mathematik am Heinrich-Schliemann-Gymnasium in Neubukow
ab 12/2001	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Leibniz-Institut für Atmospärenphysik in Kühlungsborn

Kühlungsborn, im August 2002

Erklärung

Hiermit erkläre ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt, keine anderen als die von mir angegebenen Hilfsmittel und Quellen verwandt und die den benutzten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form einer anderen Prüfungsbehörde vorgelegt. Weiterhin erkläre ich, daß ich ein Verfahren zur Erlangung des Doktorgrades an keiner anderen wissenschaftlichen Einrichtung beantragt habe.

Kühlungsborn, den 16. August 2002